

Aluno Amigo,

Inicialmente, bem-vindo às aulas de Matemática Financeira, nesta 2ª série do IMES.

Este material - Anotações de Aula - deve ser utilizado por você como ferramenta básica de trabalho, no acompanhamento das aulas e nas (poucas) horas de estudo. Ele não é uma apostila (e muito menos um livro - texto), mas, sim, resumo dirigido, objetivo, que aborda tópicos da disciplina de forma concisa, com exemplos de aplicações, exercícios propostos e casos práticos.

O conteúdo do programa de MAF e os métodos de ensino a serem utilizados, orientam-se no sentido de capacitar você a resolver e tomar decisões de problemas típicos da área financeira. E, por isso, espero que você tente desbloquear, desreprimir e descondicionar (olhe os novos paradigmas) sua cabeça, deixando que ela “brinque”, se exercite, experimente idéias diferentes.

Agradeço aos comentários e sugestões dos professores Laurito Antonio Perrella, Luiz Santander, Marlene Cardia Laviola e Sérgio Vignoli.

É isso!
Aproveite.

Um abraço

**“A mente que se abre para uma nova idéia jamais voltará ao seu tamanho original”
(Albert Einstein)**

**“Eu fui rico e eu fui pobre. Acredite em mim: ser rico é melhor”
(Debby Marsh)**

ÍNDICE

1. Introdução	02
2. Exercícios de Aquecimento	06
3. Margem e Mark-up	13
4. Juros Simples	19
Juros Bancários	21
Exercícios Propostos	26
5. Introdução a Capitalização Composta	28
6. Juros Compostos	34
Exercícios de Aplicação	37
Exercícios Propostos	40
7. Descontos	46
Duplicatas	48
Exercícios Propostos	49
8. Equivalência de Taxas	52
Exercícios Propostos	56
Taxa Nominal	59
Taxas Prefixadas e PósFixadas	61
9. Exercícios - Miscelânea	63
10. Equivalência de Capitais	66
Exercícios Propostos	67
11. Série de Pagamentos	69
Exercícios Propostos	74
12. Análise Econômica de Investimentos	82
Exercícios Propostos	88
13. Inflação	89
Taxa de Desvalorização	91
Taxa de Juros Real	92
14. Exercícios - Miscelânea	95
15. Anexo I - Sistemas de Amortização	103
16. Anexo II - Textos & Dicas	109
17. Bibliografia (Livros e Sites)	116

CAPÍTULO ZERO

1) Para que serve, a Matemática Financeira?

A Matemática se desenvolveu para resolver problemas práticos, do comércio, da engenharia, da guerra, da astronomia, e até das artes, como a música, a pintura e a escultura.

A Matemática Financeira serve para regular os contratos de empréstimo, e todos aqueles em que as transações não são liquidadas à vista.

2) Objetivo da Matemática Financeira

- Valorar o dinheiro envolvido em operações financeiras durante o período de tempo em que estas operações são contratadas, bem como fornecer instrumentos para analisar e escolher alternativas dentro das opções oferecidas.

- Estudar as relações dentre os valores monetários e das datas em que são exigidos através da interpretação estruturada dos resultados obtidos.

3) Princípio básico

Não pode em hipótese nenhuma somar e/ou subtrair valores monetários em períodos diferentes.

Ex.: Se tenho \$ 100,00 hoje e tenho que pagar uma conta de \$ 100,00 daqui a um mês, não posso subtrair o que tenho que pagar daqui a um mês pelo que tenho hoje, pois esse dinheiro que tenho hoje pode render juros.

4) Aplicações

Análise econômico-financeira de fluxos de caixa entre empresas e o mercado (governo, empresas, indivíduos e instituições financeiras) através de operações visando:

- Maximização do lucro
- Administração de liquidez
- Análise e desenvolvimento de projetos

5) Quais as noções fundamentais da Matemática Financeira?

São duas: **taxa de juros** e o princípio de **juros compostos**.

Taxa de juros: é a percentagem que se recebe a mais por ter aplicado determinada quantia a determinado prazo.

Juros Compostos: fazendo-se sucessivas aplicações incidem não apenas sobre a aplicação inicial, mas também sobre os juros, acumulados nas aplicações intermediárias.

6) Conceitos fundamentais

- **Capital** – disponibilidade monetária em uma determinada data para operações financeiras

Símbolo: C, P, PV

- **Juros** – é o custo pela utilização de um capital por um período de tempo> É expresso em unidades monetárias

Símbolo: J

- **Período de Capitalização** – É a unidade de tempo em que os juros são devidos. Deve ser a mesma unidade de tempo a que se refere os juros.

- **Montante** – É a soma do capital mais os juros obtidos após um intervalo de tempo.

$$M = C + J$$

Símbolo: S, M, FV

- **Taxa de juros** – É a relação entre os juros obtidos pela aplicação de um capital em um determinado período de tempo e o capital

$$i = J/C \text{ ou } I = (S - C)/C$$

Símbolo: i

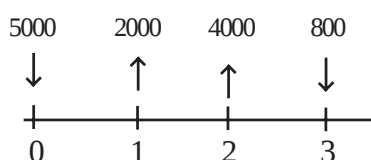
- **Fluxo de Caixa** – são as contribuições monetárias (entradas e saídas de dinheiro) representadas ao longo do tempo

Existem 2 formas de se representar um fluxo de caixa.

- Analítica

Período	Entrada	Saída
0	-	5000
1	2000	-
2	4000	-
3	-	800

- Graficamente



PRONTO! COMEÇOU O “MATEMATÊS”

7) Quais são os erros mais comuns em Matemática Financeira? (segundo Prof. Mario Henrique Simonsen “os custos da ignorância em Matemática Financeira”).

a) Juros Simples X Compostos

Exemplo \$ 100,00 aplicados a 10% a.s.

b) Juros Antecipados e Postecipados

Exemplo: empréstimo de \$ 1.000,00 por um ano, a juros de 30% ao ano, cobrados antecipadamente.

c) Taxa Nominal X Taxa Real

Exemplo: a caderneta de poupança, que (dizem!) remunera 6% ao ano, isto é 0,5 ao mês.

EXERCÍCIOS DE AQUECIMENTO
SÉRIE PRATA

**“Certas invenções, como o telescópio,
aguçam os sentidos; outras como o
cálculo, aumentam o poder da mente”**
Hall Hellman

1) Calcule:

- a) 30% de 12.000
- b) 25% de 40.000
- c) 0,5% de 100.000

2) Converta para a forma percentual

- a) 0,49
- b) 1,327
- c) 3,1639

3) Adicione e totalize:

- a) 20% sobre 14.000
- b) 15% sobre 2.000

4) Converta para a forma unitária

- a) 63%
- b) 145,3%
- c) 2713%

5) Subtraia e totalize:

- a) 12,5% sobre 60.000
- b) 5% sobre 70.000

6) Uma camisa que custa \$ 80,00 é vendida com desconto de 15%. Calcule o preço de venda.

7) Um DVD no valor de \$ 850,00 é vendido:

- a) a vista com 8% de desconto
- b) em 2 pagamentos de \$ 449,00

Determinar: o valor a vista e o valor total dos juros com 2 pagamentos.

8) Uma mercadoria foi comprada sendo dado de entrada um cheque de \$ 4.500,00 correspondente a 30% do seu preço de venda. Calcule o preço de venda.

9) Um imóvel foi comprado por \$ 395.000,00; de impostos foram pagos \$ 9.000,00; foram feitas benfeitorias no valor de \$ 40.000,00 e o corretor teve 3,5% de comissão. Por quanto deverá ser vendido de modo a garantir um lucro de 20% sobre o investimento inicial.

10) Um comercial de 30" em televisão custa \$ 80 mil. Sabendo-se que este valor foi reajustado em 48%, pede-se o custo deste comercial antes do reajuste.

11) Determinado produto com preço de venda em \$ 630,00 teve reajuste de 2,5% e outro reajuste de 4,35%. Qual o preço final de venda, após os reajustes?

- 12) a) Se duas camisetas custam \$ 40,00 quanto custarão 8 camisetas?
b) Se dois homens constroem um muro em 120 minutos, quantas horas levarão quatro homens para construir o mesmo muro?

13) Um automóvel 0 KM com capacidade para 50 l. de gasolina roda 300 km. Se a capacidade do tanque for ampliada para 60 l. quantos Km o mesmo automóvel conseguirá rodar?

14) Com velocidade média de 90 km/h, a distância entre duas cidades é vencida em uma hora. Que velocidade média deverá ser obtida para encurtar o tempo para 40 minutos?

15) A Soma de 2 números é 420. O maior deles é igual ao menor mais 20. Determine os dois números.

16) Se ao triplo de um número adicionarmos 12, e o resultado for igual ao quádruplo do mesmo número, qual é esse número?

17) Resolver as seguintes equações:

a) $\frac{5x - 1}{4} = \frac{4x - 1}{3}$

b) $\frac{x}{2} - 2 = 2 - \frac{x}{2}$

c) $\frac{1}{4} - \frac{x}{2} = \frac{1}{5} + \frac{3x}{10}$

d) $\frac{1}{2}(x + 3) - \frac{1}{5}(x - 1) = 2$

e) $(1+x)^{12} = 14,5519152$

18) Uma pessoa e seus dois filhos gêmeos tem juntos 72 anos. Sabendo que a idade do pai é o dobro da soma das idades dos filhos, determine a idade dos três.

19) Você pensou um número. Adicionou 10 a este número e dividiu o resultado por 6, obtendo um quociente igual a 12. Qual foi o número?

20) Calcule o Valor da Incógnita:

a) $(1 + 0,1x) = 100$

b) $(1 + x)^{12} = 50$

c) $100 = (1 + 0,55x)$

d) $x = (1 + 0,15)^3$

e) $y = (1 + 0,39)^{1/3}$

EXERCÍCIOS DE AQUECIMENTO

SÉRIE OURO

Fundamentos da Álgebra (Financeira) ou ... as contas que preciso dominar

Exemplos

1) $B = 2000 (1 + 0,5 \cdot 3)$

2) $630 = 45 (1 + X \cdot 10)$

3) $1200 = A (1 + 0,09 \cdot 5)$

4) $(1,45)^2 =$

5) $N = 300 (1,78)^3$

6) $945 = X (1,60)^2$

7) $16 = Y (2)^2$

8) $27 = 3 (X)^2$

9) $64 = (4)^x$

10) Desafio: $27 = 3 (2)^x$

Faça você mesmo: (ou tarefa para lar)

1) $434,20 = 65 (1 + X \cdot 4)$

2) $4200,35 = W (1 + 0,13 \cdot 5)$

3) $P = 346 (1 + 0,86 \cdot 2)$

4) $(3,14)^3 =$

5) $R = 15 (1,03)^3$

6) $95 = S (2,3)^2$

7) $169 = 2 (X)^4$

8) $301 = (4,2)^x$

9) Desafio: veja a tabela

1	2	3	4
7,1324	10,9518	17,0968	27,5399

a) de 1 para 4 quanto foi o aumento (em %)?

b) e de 3 para 4?

c) seu salário em 3 era \$ 2.000,00

Quanto será em 4 (de acordo com b)

MARGEM E MARK-UP

As empresas industriais durante o seu processo produtivo, agregam valor às matérias-primas que adquiriram, fazendo o produto final de seu esforço apresentar, para algum tipo de consumidor, um valor maior do que ofereciam os materiais utilizados na sua composição.

Imaginemos, por exemplo, um fabricante de televisores. Ele adquire circuitos impressos e integrados, assim como uma série de componentes eletrônicos. Estes componenetes, separadamente, não teriam praticamente nenhum valor para o consumidor, que deseja assistir à programação oferecida pelas emissoras. Tente se colocar na posição de quem recebesse todos eles separados numa caixa. Não seria nem um pouco interessante, não é mesmo?

No entanto, ao final do trabalho dessa indústria de televisores, o resultado satisfaz a milhões de consumidores. Esse trabalho de unir os componentes, que isoladamente não tinham utilidade para público, é que agregou valor e permite a comercialização do produto com um preço muitas vezes superior à soma dos custos individuais dos circuitos e dos outros itens.

Já as empresas de natureza comercial não dispõem dessa possibilidade. Elas adquirem e vendem os produtos sem modificar-lhes a forma ou finalidade. A existência dessas empresas está associada à necessidade de colocar mais próximo do público o conjunto de produtos que oferecem.

Sendo assim, devem ser muito rigorosas nos procedimentos de fixação de preços. No âmbito comercial, são empregados dois conceitos bastante específicos para avaliar a relação preço versus custo de aquisição. Eles são conhecidos como margem (calculada sobre o preço) e o Mark-up, (margem sobre o custo).

1. MARGEM SOBRE O PREÇO

A margem é determinada pela relação percentual entre o acréscimo sobre o custo do produto, que definimos para estabelecer o preço de venda desse mesmo produto, comparativamente a esse preço de venda.

Suponha que trabalhemos em uma empresa de varejo. Determinado produto de nossa linha de comercialização é adquirido por \$ 25,00 e colocado à disposição do público pelo preço de \$ 50,00. O acréscimo sobre o preço de custo é de \$ 25,00 e a margem corresponde a 50%, ou seja, \$ 25,00 relativos ao acréscimo dividido por \$ 50,00, que constitui o nosso preço de venda, multiplicado por 100, para ser expresso em percentual.

Podemos, então colocar a seguinte definição:

Margem é a relação percentual da diferença entre o preço de venda e o custo do produto (acrécimo no custo que define o preço de venda) com preço de venda.

2. MARK-UP (Margem sobre o custo)

O mark-up é um conceito bastante parecido com a margem. Em rigor, ele também é uma relação percentual, que tem como função propiciar ao profissional de varejo estabelecer o preço de venda partindo do custo de aquisição do produto.

Ele é calculado como a relação percentual entre o acréscimo sobre o custo do produto, que define o preço de venda, comparativamente a esse mesmo custo de aquisição.

Fazendo uso do mesmo exemplo visto no item 1, temos que o mark-up é de 100%, ou seja, \$ 25,00, que é o acréscimo ao custo dividido por esse mesmo custo, que é de \$ 25,00, multiplicado por 100, para ser expresso em percentuais. Vamos então estabelecer também aqui uma definição:

Margem é a relação percentual da diferença entre o preço de venda e o custo do produto (acrécimo no custo que define o preço de venda) com o custo do produto.

A função mark-up é simplificar os procedimentos de definição de preço. Ela facilita o cálculo do preço de venda dos produtos. Diferentemente da margem, que é calculada sobre o preço de venda, ele é estabelecido sobre o custo do produto.

Trata-se de um percentual que aplicado sobre o preço de compra fornece o preço final de venda. Naturalmente ele engloba todos os custos e inclui, ainda, o lucro esperado pelo lojista.

Exemplo 1: A Comercial QTG Ltda. É uma grande loja de varejo. Um dos itens de maior comercialização é um faqueiro de 24 peças. Seu preço de venda é de \$ 18,00. Sabendo que ele é adquirido por \$ 12,00, determine:

- a) a margem do lucro obtida nesse item (em termos percentuais);
- b) o mark-up do item (em termos percentuais)

Resolução:

- a) a margem de lucro consite na divisão da diferença entre preço de venda e o custo do produto pelo preço de venda.

Preço de Venda: \$ 18,00

Preço de Compra: \$ 12,00

Margem Unitária: \$ 18,00 - \$ 12,00 = \$ 6,00

Margem Percentual: \$ 6,00 / \$ 18,00 = 33,33%

- b) O mark-up é uma unidade de resultado empregada no comércio.

Preço de Venda: \$ 18,00

Preço de Compra: \$ 12,00

Margem Unitária: \$ 18,00 - \$ 12,00 = \$ 6,00

Mark-up: \$ 6,00 / \$ 12,00 = 50%

Dica:

Alguns modelos de calculadora financeira possuem teclas para a determinação da margem e o mak-up. Elas dispõem de teclas para armazenar o custo de aquisição e o preço de venda e, a partir dessas duas informações, conseguimos saber a margem e o mark-up.

Da mesma forma, se inserirmos o custo do produto e a margem ou mark-up, conseguiremos obter o preço final a ser aplicado.

Livre Pensar:

1. Tendo em vista as diferentes metodologias para determinação da margem e do mark-up, é possível que o percentual da margem seja maior do que o mark-up?

Resolução:

O percentual do mark-up será sempre superior ao da margem, em função da forma de cálculo de ambos, pois eles medem a variação das mesmas duas grandezas, alterando-se somente a ordem de determinação.

2. Se no estabelecimento do mark-up estão embutidos os custos e a margem de lucro da empresa comercial, é possível afirmar que o mark-up é único para todos os produtos de um mesmo estabelecimento?

Resolução:

Não, pois embora a definição do mark-up, em teoria, seja a mesmo para todos os produtos, na prática as empresas comerciais estabelecem percentuais diferentes para as linhas de produto, utilizando alguns itens como instrumento de atração dos clientes, praticando um preço menor que a concorrência, em detrimento do mark-up teórico.

TRABALHO CONCEITUAL I

- 1) Tendo em vista as diferentes metodologias para determinação da margem e do mark-up, é possível que o percentual da margem seja maior do que o mark-up?

- 2) Se no estabelecimento do mark-up estão embutidos os custos e a margem de lucro da empresa comercial, é possível afirmar que o mark-up é único para todos os produtos de um mesmo estabelecimento?

- 3) Muitas pessoas acumulam dólares ao invés de colocarem suas economias em cadernetas de poupança ou qualquer outra forma de aplicação financeira oferecida pelos bancos. Além do risco e do inconveniente de guardarem elevadas quantidades de dólares em suas casas é correto interpretar esse procedimento como uma aplicação financeira?

- 4) Em variados momentos somos surpreendidos por pronunciamentos de economistas os quais consideram que o valor da paridade cambial entre a moeda nacional e o dólar americano está abaixo ou acima do patamar ideal. Considerando que em determinado momento foi estabelecida a relação ideal, que justificaria essa afirmação, é possível realmente que exista um desequilíbrio nessa paridade?

NOSSA LÍNGUA PORTUGUESA NAS OPERAÇÕES FINANCEIRAS DE CADA DIA! SÉRIE 1

OBJETIVO: Apresentar, discutir e exemplificar, palavras, idéias e conceitos específicos dos mercados financeiro e de capitais, buscando familiarizar, desmistificar e esclarecer ao interessado nos cálculos e operações financeiras comuns existentes.

METODOLOGIA: Apresentar situações e exemplos típicos ligados à disciplina Matemática Financeira, solicitando sua análise e interpretação, de forma intuitiva, simples, sem ferir, com isso, sua clareza e importância conceitual.

1. **DEFINIÇÃO:** “A Matemática Financeira serve para regular os contratos de empréstimos e todos aqueles em que as transações não são liquidadas a vista”

Então, complete:

- A) Explique, com suas palavras “... regular os contratos de empréstimos”:

- B) Um sinônimo para “transações”:

- C) O que significa “liquidadas a vista”:

- D) Qual é o oposto (antônimo?) dessa expressão?

2. **UM CONCEITO:** “Ouvimos, em variados momentos, economistas afirmarem que o valor da paridade cambial entre a moeda nacional e o dólar americano está abaixo ou acima do patamar ideal”.

Explique, com suas palavras, o que você entende por “paridade cambial entre a moeda nacional e o dólar americano”:

3. **UM EXEMPLO:** “Muitas pessoas colocam suas economias em cadernetas de poupança. O que é uma caderneta de poupança?”

4. **OUTRO EXEMPLO:** “Você aplica hoje determinada quantia (por exemplo \$ 1.000,00) para receber daqui a 5 meses uma quantia maior (por exemplo \$ 1.600,00)”.

O que você entende por:

- A) “... aplica hoje”, ou seja, seu valor atual (aplicação/dívida)

- B) “... para receber daqui a 5 meses”:

5. **SUA CONTA BANCÁRIA:** “Os juros do cheque especial são cobrados sobre os saldos devedores diários, de acordo com as taxas de financiamento”.

- A) O que é “cheque especial”?

- B) O que significa “saldos negativos diários?”

- C) E o que são “dias de financiamento?”

6. **OUTRA CONTA BANCÁRIA:** “Determinado banco cobra taxa de juros (por exemplo 10% ao mês), porém, o importante é que **dá isenção de 10 dias para cobrança de juros nos saques a descoberto**”.

Explique, de forma simples, o que isso significa:

JUROS SIMPLES

“Tempo é dinheiro”
Benjamin Franklin

SISTEMA DE CAPITALIZAÇÃO SIMPLES

1. NOTAÇÃO

C = Capital inicial

n = prazo

i = taxa de juros

J = juros (remuneração do capital)

M = Montante (valor do capital no fim do período)

2. IMPORTANTE

a) **i** = taxa de juros é dada em porcentagem
(transformar em fração decimal)

b) **i** e **n** = devem estar na mesma unidade de tempo

3. EXPRESSÕES

$$\underline{J = C.i.n} \quad e \quad \underline{M = C + J}$$

ou

$$\underline{M = C + C.i.n = C (1 + i.n)}$$

4. EXERCÍCIOS

TIPO 1 - Determinar M

- 1) $n = 24$ meses
 $i = 2\% \text{ a.m}$
 $C = \$ 200.000,00$
- 2) $C = \$ 1.000.000,00$
 $i = 60\% \text{ a.s}$
 $n = 2$ meses

3) Qual o Montante acumulado ao final de 1 ano, a uma taxa de 5% a.m, a partir de um capital igual a \$ 600.000,00?

TIPO II - Determinar C

- 1) $M = \$ 140.000,00$
 $n = 2$ semestres
 $i = 12\% \text{ a.s}$
- 2) $i = 60\% \text{ a.a}$
 $n = 4$ meses
 $M = \$ 200.000,00$

3) Qual o Capital que deve ser aplicado hoje para obter-se montante de \$ 700.000,00, daqui a 3 trimestres, a uma taxa de 10% ao mês?

TIPO III - Determinar i

1) $C = \$ 150.000,00$
 $M = \$ 300.000,00$
 $n = 5$ meses
 $i = ?$ mês

2) $C = \$ 450.000,00$
 $M = \$ 1.600.000,00$
 $n = 10$ meses
 $i = ?$ ao ano

3) Um cidadão aplicou hoje \$ 1.000.000,00 para receber \$ 1.900.000,00 daqui a 8 meses. Qual a sua taxa de rentabilidade mensal?

TIPO IV - Determinar n

1. Em quantos meses meu capital dobra, a juros simples de 6% ao mês?

5) EXPRESSÕES DERIVADAS

Quando a **taxa de juros** é expressa em % **ao mês** ou **ao ano** e o prazo é dado em **dias**.

$$\text{Então: } J = C.i.n = C.i.\frac{d}{30} \text{ ou } C.i.\frac{d}{360}$$

Exemplo

1) Qual o total de juros a ser pago em 15/4/04, sobre um capital de \$ 1.000.000,00 em atraso desde 5/2/04, se o banco cobra juros de mora à razão de 8,9% a.m.? (Tabela pág.25)

6) APLICAÇÕES DE JUROS BANCÁRIOS

1) Como o banco cobra juros no Cheque Especial ou Conta Garantida?

Os juros do cheque especial são cobrados sobre os saldos devedores diários (saldos negativos), de acordo com os dias de financiamento da conta do correntista e normalmente debitados pelo somatório no final de cada período. Veja por exemplo o extrato bancário:

Estrato do mês de janeiro/2000

Banco: XYZ S/A

Correntista: J. P. Devedor

Data	Histórico	\$ Movimento (+/-)	\$ Saldo atual
1/1/00	saldo anterior		300,00
2/1/00	vencimentos	500,00	800,00
3/1/00	cheque no balcão	(375,00)	425,00
10/1/00	débitos automáticos	(125,00)	300,00
12/1/00	cheques compensados	(412,00)	(112,00)
15/1/00	saque cartão	(275,00)	(387,00)
22/1/00	cheques compensados	(95,00)	(482,00)
31/1/00	saldo final do mês		(482,00)

Nesse caso, os juros do cheque especial serão cobrados da seguinte forma, se a taxa de juros for de 13% a.m.

Saldos devedores \$	de (nº exato de dias)	$J_b = C.i. \frac{\text{de}}{30}$	Total \$
(112,00)	3	$112.0,13.3$ 30	1,46
(387,00)	7	$387.0,13.7$ 30	11,74
(482,00)	10	$482.0,13.10$ 30	20,89
Total:			(\$ 34,09)

2) Um banco cobra 18% ao mês de juros sobre os saldos devedores no cheque especial. O extrato de um cliente apresentou este movimento:

DATA	HISTÓRICO	D/C \$	\$ SALDO	DIAS
01/04	Saldo Anterior		23.000,00	
13/04	Cheque	(30.000,00)		
19/04	Telefone	(18.500,00)		
21/04	Depósito	38.000,00		
26/04	Conta Água	(11.200,00)		
28/04	Cheque	(27.000,00)		

Pede-se

- a) O total de juros debitados na conta do cliente
- b) O saldo médio (positivo) no mês de abril.

3) Em 30/01/04, você ganhou uma conta especial no banco (aquele em que seu primo é gerente) que lhe permite sacar cheques a descoberto até o limite de \$ 5.000,00 (legal, né).

O banco cobra 14% a.m. (juros simples sobre o saldo devedor).

Estando sua conta zerada até 17/02/04, você emitiu os seguintes cheques a descoberto para financiar o seu carnaval na Bahia:

Em 18/02/04 - \$ 650,00 para o pagamento das passagens aéreas. (É claro! Não tem charme nenhum viajar de ônibus com taxa de juros tão baixinha.)

Em 19/02/04 - \$ 1.560,00 pelo pagamento da parte terrestre da excursão incluindo hotel, regime de meia-pensão e traslados (Baratinho, baratinho)

Em 20/02/04 - de \$ 600,00 para o pagamento dos 6 “abadás” que você comprou para seguir os trio-elétricos (acho que aqui você exagerou! 6 dias de folia! quanta energia!):

Ah! ia esquecendo no dia 27/02/04 caíram na sua conta todos os milhares de chequinhos pré-datados que você foi passando (para bebericar aqui, passear ali, etc) num total de \$ 2.469,00

No dia 01/03/04 - o retorno. Antes de você contar como foram gloriosos os seus dias na cidade de Salvador, tome um “lexotan” e verifique quanto custou o passeiozinho! Para não sofrer muito, calcule só o valor do débito dos juros na conta especial, e veja se consegue um empréstimo rapidinho para pagar os saldos devedores negativos, para não gerar um conflito na família.

4) Um banco A cobra 15% a.m. dos correntistas na modalidade conta garantida, mas o “importante é que ele dá isenção de 10 dias” para cobrança de juros nos saques a descoberto, enquanto o B cobra só 11% a.m. mas não dá isenção alguma. Com base no seguinte extrato e supondo que em 28/02/04 você cobriu todo o negativo, verifique em qual banco sua despesa com juros seria menor.

Data	Histórico	\$ Movimento (+/-)	\$ Saldo atual
1/2/04	saldo anterior		0,0
4/2/04	vencimentos	(500,00)	(500,00)
5/2/04	cheque no balcão	(75,00)	(575,00)
12/2/04	débitos automáticos	(25,00)	(600,00)
14/2/04	cheques compensados	(217,00)	(817,00)
22/2/04	cheque eletrônico	(930,00)	(1.747,00)
28/2/04	depósito	1.747,00	0,00

PERÍODOS EXATOS - Base 365 dias (1 ano)

DIAS/MESES	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
1	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335
2	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336
3	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337
4	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338
5	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339
6	6	37	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340
7	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341
8	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342
9	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343
10	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344
11	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
13	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350
17	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351
18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352
19	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353
20	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354
21	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	535
22	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356
23	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357
24	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358
25	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359
26	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360
27	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361
28	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362
29	29		88	119	149	180	210	241	272	302	333	363
30	30		89	120	150	181	211	242	273	303	334	364
31	31		90		151		212	243		304		365

Obs: Nos anos bissextos, adicionar 1 ao número na tabela depois do dia 28 de fevereiro

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1) Qual o montante acumulado no final de 12 meses a uma taxa de 5% a.m., no regime de juros simples, a partir de um capital igual a \$100.000,00?

R. \$ 160.000,00

2) Qual o capital que deve ser aplicado nesta data, para se ter um montante de \$ 100.000,00, daqui a 4 trimestres, a uma taxa de 15% a.t., no regime de juros simples?

R. \$ 62.500,00

3) Um cidadão aplicou, nesta data, um principal de \$ 1.000,00 para receber \$ 1.900,00 daqui a 18 meses.

Qual a sua taxa de rentabilidade trimestral, no regime de juros simples?

R. $i = 15\%$ a.t.

4) Um cidadão deseja depositar nesta data, uma determinada importância numa certa instituição financeira, para ter o direito de retirar \$ 10.000,00 daqui a 3 meses e \$ 10.000 daqui a 6 meses.

Sabendo-se que essa instituição financeira remunera seus depósitos a uma taxa de 5% a.m., juros simples, determinar o valor que deve ser depositado por este cidadão, para lhe garantir as retiradas desejadas.

R. \$ 16.387,96

5) Uma empresa obtém num banco comercial um empréstimo de \$ 10.000,00, à taxa de 3% a.m., no regime de juros simples e que pode ser liquidado no final de cada mês. Decorridos três meses, essa empresa resolve liquidar esse empréstimo, com recursos obtidos, no mesmo banco, através de um novo empréstimo, à taxa de 2% a.m., também a juros simples. Decorridos alguns meses a empresa decide liquidar o segundo empréstimo e verificou que o total de juros pagos nos dois empréstimos foi de \$ 3.516,00.

Calcular:

- A) O valor do segundo empréstimo, que deve ser suficiente para liquidar o primeiro. **R. \$ 10.900,00**
- B) O valor do pagamento final. **R. \$ 13.516,00**
- C) O prazo do segundo empréstimo. **R. 12 meses**
- D) A taxa mensal, a juros simples, paga pela empresa, considerando as duas operações em conjunto. **R. 2,344% a.m.**

6) Uma empresa deposita uma determinada importância numa instituição financeira. No final de três meses, ao encerrar sua conta, verificou que o valor inicialmente depositado, acrescido dos juros creditados, totalizava \$ 11.500,00. Esse valor é, então integralmente depositado em outra instituição financeira por um prazo de cinco meses. No final desse período o montante acumulado na segunda instituição financeira totalizava \$ 14.375,00.

Sabendo-se que ambas as instituições remuneraram seus depósitos a juros simples e a uma mesma taxa, determinar o valor do depósito inicial na primeira instituição e a taxa de juros das duas instituições.

R. $i = 5\%$ a.m. e $C = \$ 10.000,00$

REFAZENDO

NOTAÇÃO:	10% “número percentual”
	$\frac{10}{100} = 0,10$ “número matemático” (decimal)
	$1 + 0,10 = 1,10$ “nº matemático financeiro”

Exercícios

a) Passar para a notação “matemático-financeira” (dividir por 100 e somar 1)

- 1) 39,25% =
- 2) 4,5% =
- 3) 325,84% =
- 4) 1233,49% =

b) Resolver

- 1) $(1,10)^3 =$
- 2) $(1,5326)^{1/2} =$
- 3) $(1,045)^4 =$
- 4) \$ 25.435,00 $(1,123)^2 =$
capitalizar $\rightarrow$ avançar com 12,3%
- 5) $\frac{\$ 18.935,12}{(1,174)^5} =$
descapitalizar $\rightarrow$ voltar com 17,4%

Exercícios (série para o lar)

- 1) $(1,82)^5 =$
- 2) $(4,321)^{1/2} =$
- 3) $(1,129)^{1/3} =$
- 4) $(1,194)^2 =$
- 5) avançar \$ 6.000,00 em 3 meses com 9,43% ao mês;
- 6) avançar \$ 10.000,00 em 2 períodos com 400% ao período;
- 7) voltar \$ 200.000,00 em 4 meses com 11,1% ao mês
- 8) voltar \$ 135.000,00 em 5 meses com 96,0% ao trimestre.

DICIONÁRIO DE BOLSO - INICIAÇÃO EM “MAFINÊS”

Matemática Financeira: É o ramo da matemática preocupado com as formas de evolução do capital financeiro.

Capital Financeiro: Dinheiro, moeda. Usualmente conhecido somente pela expressão **capital** ou na linguagem das calculadoras de PV (present value) ou valor presente em português.

Juro: rendimento do capital financeiro. Juro sempre é expresso em dinheiro ou moeda.

Taxa de juros: razão entre o volume de juros (redimentos em moeda) e o capital financeiro (base para cálculo) em uma dada unidade de tempo. Por tratar-se de um número puro, costuma ser expressa em base percentual (ex: 10% a.a.; 35% a.s. etc) ou em termos unitários (ex.: 0,10 a.a.; 0,35 a.s. para cada unidade de capital financeiro).

Montante: somatória do capital financeiro com os juros gerados. Em linguagem de máquina o montante costuma ser chamado de FV (future value) em português: valor futuro.

Capitalização: processo de geração de juros.

Sistemas de capitalização: processo de formação de juros. Existem três sistemas básicos de formação de juros: simples, composta e contínuo.

Sistema de capitalização simples: os juros são gerados, porém não incorporam o capital financeiro até o final do processo. Ex.: um capital de \$ 100,00 é aplicado à uma taxa de 10% a.m. por 3 meses, observando-se o sistema de capitalização simples, temos:

Período	\$ Capital - Base de Cálculo	\$ Juros $J=C.i.n$	\$ Montante
Data zero	100,00		-
Primeiro mês	100,00	10,00 (0,10 x 100,00)	-
Segundo mês	100,00	10,00 (0,10 x 100,00)	-
Terceiro mês	100,00	10,00 (0,10 x 100,00)	130,00
Total de juros		30,00	-

Sistema de Capitalização Composta: Os juros calculados a cada período são incorporados ao capital financeiro afetando a base de cálculo do momento seguinte. Ex.: usando o mesmo exemplo acima, ou seja: capital inicial de \$ 100,00 taxa de 10% a.m. por 3 meses e conceito composto na formação dos juros, temos agora:

Período	\$ Capital - Base de Cálculo	\$ Juros	\$ Montante
Data zero			-
Primeiro mês	100,00	$10,00 = (0,10 \times 100,00)$	110,00
Segundo mês	110,00	$11,00 = (0,10 \times 110,00)$	121,00
Terceiro mês	121,00	$12,10 = (0,10 \times 121,00)$	133,10
Total de juros		33,10	-

Sistema de Capitalização Contínua: caso especial de capitalização composta, onde os períodos de capitalização são intervalos infinitesimais de tempo. Ex.: Alterações de preços nas Hiperinflações ou em situações em que se admite o capital de forma contínua com o tempo, como é o caso de algumas aplicações do mercado de capitais.

Obs.: Os juros contínuos são juros compostos – juros rendem juros – pagos em cada intervalo infinitesimal do tempo, ou seja, juros compostos com capitalização instantânea.

“A grande história verdadeira é a das invenções” Raymund Queneau**Ganhe intimidade com a sua calculadora ... Leia o manual da máquina e verifique!**

(Ah!! Sim, não esqueça de trazê-la às aulas)

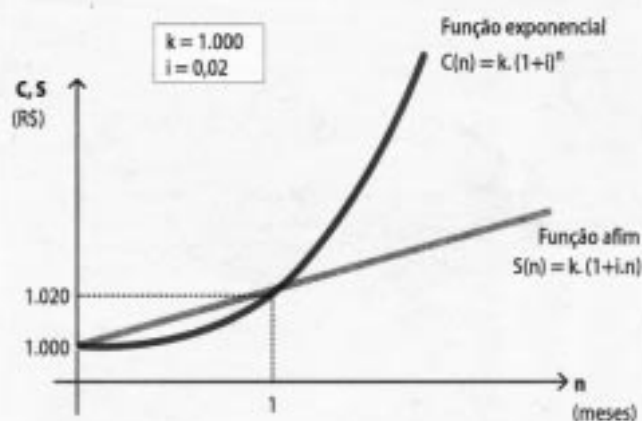
- 1) Quais são as teclas para introdução de dados?
- 2) Como se aciona 2ª e 3ª funções?
- 3) Quais são as teclas para apagar os registros? Como armazenar (memória) um valor?
- 4) Qual é a tecla para fixar o número de casa decimais?
- 5) Quais são as teclas e a seqüência de operações para resolução de soma, subtração, multiplicação, divisão, potenciação?
- 6) Como se calcula o inverso de um número?
- 7) Como são extraídas as diferentes raízes?
- 8) Qual é a função log que está preprogramada na sua calculadora (log-decimal ou ln x-neperiano?) Como a função é calculada? E os antilogs (sua calculadora tem a tecla 10^x ou e^x ?)
- 9) Como são acionadas as trocas de sinais? Existe a tecla CHS, quando é acionada antes do número ou depois?
- 10) A sua calculadora tem teclado financeiro preprogramado? Verifique as restrições quanto as entradas de dados? É necessário ajustar prazos (Como é a entrada do n ?), (Como é a entrada do PV, tem que trocar o sinal?). Faça um lembrete a respeito desses tópicos?
- 11) Se a sua calculadora não tiver teclado financeiro preprogramado, verifique eventuais instruções de entrada de fórmulas.
- 12) Sua calculadora tem tecla de mudança de modo (tecla mode)? Quantos modos de operação ela possui?
- 13) A sua calculadora tem função calendário? Faça um esquema para aplicação da função no caso de diferença de dias entre datas? Verifique como acionar os sistemas MM. DD.YYYY ou DD.MM.YYYY.
- 14) Sua calculadora tem funções Begin e End para apoio dos cálculos financeiros? Verifique como acioná-las.

**NOSSA LÍNGUA PORTUGUESA NAS OPERAÇÕES
FINANCEIRAS DE CADA DIA!
SÉRIE 2**

1. **(PROVÃO – 01)** – “O Capital que se quadruplica em 2 meses, ao se utilizar de capitalização composta, deve estar vinculado a uma taxa mensal de”:
- A) O que significa “o capital que se quadruplica”:
- _____
- _____
- B) O que é “capitalização composta?”
- _____
- _____
- C) Dê sinônimo para “estar vinculado”:
- _____
- _____
- D) O que é “taxa mensal?”.
- _____
- _____
2. **(PROVÃO – 01)** “Considerando-se uma taxa de 6% ao trimestre, se capitalizada com juros compostos, a correspondente taxa anual equivalente terá um valor de”:
- A) Explique “6% ao trimestre”:
- _____
- _____
- B) Explique “... correspondente taxa anual equivalente”:
- _____
- _____
- C) Se temos (6%) taxa ao trimestre, então quantas vezes ela irá se repetir no ano?:
- _____
- _____
3. **(PROVÃO 01)** “Um bem foi adquirido através de um plano sem entrada em três prestações mensais iguais e consecutivas de \$ 300,00 cada uma, sendo a primeira a trinta dias da data de celebração do contrato”.
- A) Quando é que o “bem é adquirido”, isto é, em que data, é comprado/levado para casa?“.
- _____
- _____
- B) “Primeira prestação a trinta dias da celebração do contrato”, em que data é feito esse pagamento?
- _____
- _____
- C) Explique graficamente (diagrama fluxo de caixa) essa situação.
- _____
- _____

ESPECIAL 6 quinta-feira, 22 de janeiro de 2004

FOLHA DE SÃO PAULO



(gráficos fora de escala)

MATEMÁTICA

Juros simples ou compostos: qual rende mais?

JOSÉ LUIZ PASTORE MELLO

ESPECIAL PARA A FOLHA

Um certo capital k aplicado a uma taxa de juros i será resgatado, após n períodos, no montante igual a $k \cdot (1+i \cdot n)$ se o regime for de juros simples, e igual a $k \cdot (1+i)^n$ se for de juros compostos.

Por exemplo, o montante resgatado após 12 meses de uma aplicação de R\$ 1.000 a taxa de juros simples de 2% ao mês ($i=0,02$ a.m.) será $1.000 \cdot (1+0,02 \cdot 12)$, ou seja, R\$ 1.240. A mesma aplicação, só que com juros compostos, produziria um montante de $1.000 \cdot (1+0,02)^{12}$, que é aproximadamente igual a R\$ 1.268.

O exemplo pode sugerir que um capital k aplicado a uma taxa de juros i , por n períodos, sempre produzirá maior montante no regime de juros compostos do que no de juros simples, mas isso nem sempre é verdadeiro, como vere-

mos a seguir.

Quando uma operação é pactuada por um número inteiro de períodos de tempo, há três modos de pagar os juros relativos à fração de períodos: 1) só são pagos juros nos períodos inteiros de tempo; 2) são pagos juros compostos durante todo o período (convenção exponencial); 3) são pagos juros compostos nos períodos inteiros de tempo e simples na fração de períodos (convenção linear). Comparando a convenção linear com a exponencial, se $k=1.000$ e $i=0,02$ a.m., um resgate da aplicação feito na metade do primeiro mês ($n=0,5$) produzirá montante igual a $1.000 \cdot 0,02 \cdot 0,5$ pela regra linear, e $1.000 \cdot (1+0,02)^{0,5}$ pela regra exponencial, o que indica, na comparação, alguns centavos a mais para a convenção linear. Quando $0 < n < 1$, os juros simples produzidos em n unidades de tempo são maiores que os juros compostos; o contrário ocorre quando $n > 1$ (são iguais para $n=1$). A situação poderá ser melhor compreendida observando-se a comparação dos gráficos do montante resgatado no regime de juros simples (S) com o montante resgatado no regime de juros compostos (C).

José Luiz Pastore Mello é licenciado em matemática e mestrando em educação pela USP.
E-mail: jpmello@uol.com.br

“Os juros compostos são a mais poderosa invenção humana” Albert Einstein

SISTEMA DE CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA

1) NOTAÇÃO

A mesma adotada para juros simples:

C, n, i, J e M

Na linguagem das calculadoras financeiras, atenção:

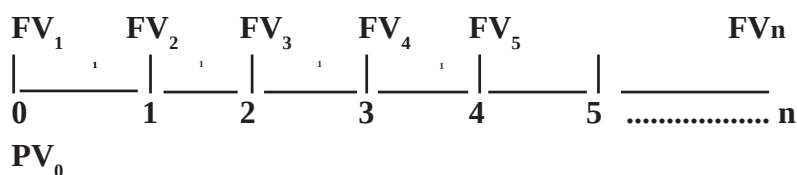
n i PV PMT FV

2) IMPORTANTE

a) i = taxa de juros, dada em porcentagem transformar em fração decimal.

OBS.: não é necessário para as calculadoras financeiras

3) DEDUZINDO FÓRMULA GERAL:



Período	Capital-Base	Calculos Montante
Data Zero	PV	
Primeiro mês	PV	$FV_1 = PV (1+i)$
Segundo mês	FV_1 ou $PV(1+i)$	$FV_2 = FV_1(1+i)$ ou $PV(1+i)(1+i)$ ou ainda $PV (1+i)^2$
Terceiro mês	FV_2 ou $PV(1+i)^2$	$FV_3 = FV_2(1+i)$ ou $PV(1+i)^2(1+i) = PV (1+i)^3$
Quarto mês	FV_3 ou $PV(1+i)^3$	$FV_4 = FV_3(1+i)$ ou $PV(1+i)^3(1+i) = PV (1+i)^4$
Quinto mês	FV_4 ou $PV(1+i)^4$	$FV_5 = FV_4(1+i)$ ou $PV(1+i)^4(1+i) = PV (1+i)^5$
—	—	—
Enézimo mês	$FV_{n-1} = V(1+i)^{n-1}$	$FV_n = FV_{n-1} (1+i)$ ou $PV(1+i)^{n-1}(1+i) = PV (1+i)^n$

Obs: Na capitalização composta, ao final de cada período de capitalização eu tenho um FV daquela data e um PV novo, ou seja, o FV formado no período anterior.

Fórmula Geral

$$M = C (1 + i)^n \quad \text{ou} \quad FV = PV (1+i)^n$$

3.1) Achando o período de capitalização n!!

Taxa de juros e período de capitalização devem estar expressos para a mesma unidade de tempo.

Se for preciso compatibilizá-los, opte pelo ajuste no período de capitalização! (lembrando nataxa)!

Exemplos:

a) dados: prazo = 3 meses e i = 10% a.a. → ajuste: $n = 3/12$ períodos de capitalização ou $n = 1/4$ ou ainda $n = 0,25$ período de capitalização da taxa anual;

b) dados: prazo = 24 meses é 15% a.s. → ajuste: $24/6$ períodos de capitalização ou $n = 4$ períodos de capitalização da taxa semestral.

4. EXERCÍCIOS

TIPO I - Determinar M

1. $n = 18$ meses
 $i = 2\%$ a.m.
 $C = \$ 450.000,00$
 2. $C = \$ 1.000.000,00$
 $i = 12,616\%$ a.s.
 $n = 4$ meses
3. Qual o Montante acumulado em 8 trimestres de 18% a.m. a partir de um capital de \$ 130.000,00?

TIPO II - Determinar C

1. $M = \$ 200.000,00$
 $n = 2$ meses
 $i = 7\%$ a.t.
 2. $i = 23\%$ a.a.
 $n = 5$ meses
 $M = \$ 97.500,00$
3. Qual o capital que deve ser aplicado hoje, para obter-se Montante de \$ 5.000.000,00 daqui a 4 trimestres, a uma taxa de 2,08% ao mês?

TIPO III - Determinar i

1. $C = \$ 21.000,00$
 $M = \$ 42.000,00$
 $n = 7$ meses
 $i = ?$ mês
 2. $C = \$ 45.000,00$
 $M = \$ 135.000,00$
 $n = 8$ meses
 $i = ?$ ao ano
3. Você recebe a proposta de investir hoje, \$ 40.000,00 para receber \$ 53.800,00 daqui a 9 meses. Qual a taxa de rentabilidade mensal e anual do investimento proposto?

TIPO IV - Determinar n

OBS.: quando a incógnita está no **expoente** você derruba-a usando **LOG**.

1. $C = \$ 20.000,00$
 $M = \$ 25.000,00$
 $i = 0,5\%$ ao dia
 2. $M = \$ 120.000,00$
 $C = \$ 30.000,00$
 $i = 300\%$ ao ano
3. Em quantos meses um Capital dobra, a juros compostos de 14% ao ano?

5. APLICAÇÕES

1. Valor Atual ou Valor Presente de um Fluxo de Caixa:

Uma distribuidora oferece uma taxa de 5% a.m. nos seguintes papéis de sua carteira. Calcule o valor atual do fluxo atual proposto para os seguintes papéis:

Prazo até o Resgate	\$ Valor do Resgate
3 meses	1.000.000,00
4 meses	2.500.000,00
7 meses	10.000.000,00

2) Complete a seguinte tabela

\$ FV	\$ PV	i	Prazo
230.000,00		420% a 5 anos	7,5 anos
12.500,00	4.300,00	% a.m.	4 semestres
	10.000,00	8% a.t.	4 meses
60.000,00	15.000,00	18% a.s	dias

3) Um sindicato está negociando um reajuste de salário nos seguintes termos: reposição da inflação de 7,5% mais uma parcela de 2,5% a título de produtividade. Considerando que o salário médio da categoria é de \$ 1.415,00. Calcule o novo salário reajustado?

4) Qual a taxa de crescimento demográfico anual de um município que em 1991 tinha 148.000 habitantes e em 1996 somava 163.000 habitantes?

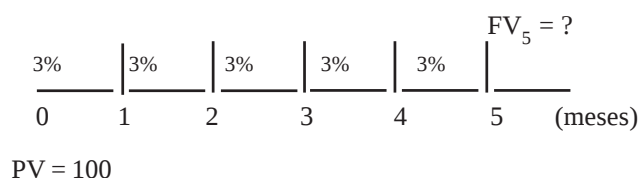
5) Um par de sapatos da marca AXY há 18 meses, custava \$ 45,00, atualmente custa \$ 52,00. Calcule o reajuste de preços sofrido?

EXERCÍCIOS

DESENHAR É SEMPRE BOM. ADOTE ESSA IDÉIA

A) Para melhor visualizar um problema de capitalização composta, convém sempre adotar um gráfico que represente todos os componentes da operação numa linha de tempo.

Ex.: Uma operação financeira com um capital \$ 100,00 inicial que deverá ser submetido a capitalização composta por 5 períodos mensais, a uma taxa 3% a.m. pode ser representada da seguinte maneira:

**B) Antes de operar a sua calculadora HP-12C no modo programado:**

- Ligue a chave **END** com **G END** (deve desaparecer do visor a expressão *BEGIN*).
 - Acione as teclas **STO EEX** para instruir a calculadora a dar tratamento composto aos períodos fracionários de capitalização (Aparecerá um *c* no visor).
 - A taxa de juros deverá ser digitada na forma percentual, pois a calculadora faz a conversão para o formato unitário automaticamente.
 - Digite sempre zero na tecla reservada para o **PMT**.
- Pronto agora você já pode operar!

1) Calcule o montante da aplicação de \$ 120.000,00 à taxa de 2,45% a.m., considerando o regime de capitalização composta e o prazo da aplicação de 7 meses. **Resp. \$ 142.155,93**

2) Calcule o montante de uma aplicação considerando o regime de capitalização composta:

	<u>\$ Capital Aplicado</u>	<u>Taxa</u>	<u>Prazo</u>
(a)	80.000,00	9,6% a.m.	2 anos Resp. \$ 722.010,12
(b)	65.000,00	3% a.m.	1 ano Resp. \$ 92.674,46
(c)	35.000,00	2,1% a.m.	1 ano e meio Resp. \$ 50.878,16

3) Determinado capital, aplicado a juros compostos durante 10 meses, rendeu uma quantia de juros igual ao valor aplicado. Determine a taxa mensal dessa aplicação. **Resp. 7,18% a.m.**

- 4) Qual o depósito a ser feito em Caderneta de Poupança que credita juros compostos de 9,5% a.m., a fim de permitir retirada de \$ 10.000,00 após 3 meses e de \$ 20.000,00 após 6 meses não deixando saldo. (obs.: após 3 meses e após 6 meses da data inicial do depósito). **Resp. \$ 19.218,87**
- 5) Um indivíduo comprou um terreno com \$ 1.000.000,00 de entrada e \$ 1.000.000,00 no final de 24 meses, acrescidos de juros. Considerando taxa de 40% ao ano, calcule o valor à vista do terreno. **Resp. \$ 2.000.000,00**
- 6) Empréstimo de \$ 1.000.000,00 foi feito por 9 meses, à taxa de 20% a.t.. Qual o valor da montante, ao final de 9 meses? **Resp. \$ 1.728.000,00**
- 7) Capital de \$ 700,00 é aplicado a juros compostos, durante 1 ano e meio, à taxa de 2,5% a.m.. Calcule os juros auferidos no período. **Resp. \$ 391,76**
- 8) Banco remunera aplicações a juros compostos, cuja taxa é de 3% a.m.. Se uma pessoa aplica hoje \$ 85.000,00 e \$ 100.000,00 daqui a 3 meses, qual será o montante daqui a 6 meses? **Resp. \$ 210.767,15**
- 9) Qual o capital que, aplicado a juros compostos durante nove anos, à taxa de 10% a.a., produz montante de \$ 175.000,00? **Resp. \$ 74.217,08**
- 10) Um capital, aplicado a juros compostos, durante 9 meses, rendeu um montante igual ao seu dobro. Determine a taxa mensal da aplicação. **Resp. 8,01% a.m.**

TRABALHO CONCEITUAL II

1) Um diagrama de fluxo de caixa apresenta entradas e saídas alinhadas em conformidade com as datas de ocorrência esperadas. Uma maneira rápida de determinar o saldo final de caixa seria somar todos os valores de entrada, representados por setas para cima e, desse acumulado, subtrair o total de todas as saídas, representadas pelas setas apontadas para baixo. Embora simples, este mecanismo embute um erro. Qual seria?

2) Se, em uma negociação salarial, o aumento pretendido pelo sindicato funcional for aceito pelas empresas, porém, dividido em quatro parcelas mensais que comporão o total pretendido ao final dos quatro meses, podemos considerar que não acontecerão perdas para os funcionários?

3) Considerando a forte influência do dólar na economia mundial e, também na nossa, em particular, existe geralmente, a possibilidade de realizarmos um financiamento sujeito a uma determinada taxa de juros, no entanto, com correção cambial. É comum, contudo, que possamos optar por um parcelamento determinado por uma taxa fixa, sem correção da variação perante o dólar americano. Em qual das duas situações a taxa de juros deverá ser maior?

4) Imagine que você dispõe de uma oportunidade de investimento à taxa de juros de 3,0% ao mês. Você pode obter um empréstimo no banco à taxa de 2,75% cobrado antecipadamente, ou seja, o pagamento dos juros acontece no momento da obtenção do empréstimo. Vale a pena obter o empréstimo para aplicar e depois quitar a dívida? Por que?

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Qual é o montante acumulado em 6 trimestres, a taxa de 5% a.m., no regime de juros compostos, a partir de capital igual a \$ 1.000.000,00?

R. = \$ 2.406.620,00

2. Qual o capital que deve ser investido nesta data, para se ter montante de \$ 500.000,00, daqui a 2 semestres, a taxa de 15% a.t., no regime de juros compostos?

R. = \$ 285.876,00

3. Um cidadão investiu \$ 10.000,00, nesta data, para receber \$ 17.958,00 daqui a um ano. Qual a taxa de rentabilidade mensal de seu investimento, no regime de juros compostos?

R. = 5% a.m.

4. Quanto se terá daqui a 26 trimestres ao se aplicar \$ 100.000,00, nesta data, a taxa de 4,5% a.m., no regime de juros compostos?

R. = \$ 3.097.923,26

5. Uma pessoa deseja fazer aplicação financeira, a juros compostos de 2% ao mês, de forma que possa retirar de \$ 10.000,00 no final do sexto mês e \$ 20.000,00 no final do décimo segundo mês. Qual o menor valor da aplicação que permite a retirada desses valores nos mercados indicados?
R. = \$ 24.649,58

6. Empresa tem dívida com banco de investimentos que deverá ser liquidada em dois pagamentos, sendo o primeiro de \$ 150.000,00 no final do décimo segundo mês e o segundo de \$ 250.000,00 no final do décimo oitavo mês. Sabendo-se que nesses dois valores já foram computados os juros, a uma taxa de 4% ao mês, determinar:

a) o valor que deve ser pago ao banco para a quitação imediata da dívida; **R. = \$ 217.097,50**

b) os valores de dois pagamentos iguais, no final do novo e do décimo oitavo mês, que poderiam ser aceitos pelo banco como reformulação da dívida, à mesma taxa de juros. **R. = \$ 181.487,05**

7. Determinar o valor atual do fluxo de caixa abaixo, para taxa de 3% ao mês, no regime de juros compostos.

MÊS	FLUXO DE CAIXA - \$
0	+10.000,00
1	- 2.000,00
2	+ 1.000,00
3	- 5.000,00
4	- 6.000,00
5	- 8.000,00
6	+ 2.000,00
total	- 8.000,00

R. = - \$ 6.131,68

8. Determinar os valores atuais dos seguintes fluxos de caixa, para taxa de 10% ao ano, no regime de juros compostos.

ANO	VALORES EM \$			
	FLUXO A	FLUXO B	FLUXO C	FLUXO D
0	---	---	---	---
1	200,00	200,00	150,00	300,00
2	290,00	240,00	195,00	280,00
3	270,00	275,00	285,00	260,00
4	350,00	305,00	365,00	240,00
5	220,00	330,00	385,00	220,00
total	1.330,00	1.350,00	1.380,00	1.300,00

R. = Todos tem valor atual \$ 1.000,00

9. Em 30.12.02 uma empresa tinha em seu poder nota promissória de \$ 100.000,00, vencida em 30.03.02., e outra de \$ 500.000,00 a vencer em 30.12.04. Essas duas notas promissórias devem ser liquidadas em único pagamento, a ser realizado em 30.03.03.

Calcular o valor desse pagamento, levando em consideração taxa de juros compostos de 5% ao mês e admitindo que todos os meses têm 30 dias.

R. = \$ 359.056,81

10. Banco de investimentos deseja realizar empréstimo para determinada empresa, que deverá liquidá-lo no final do nono mês pelo valor de \$ 1.304.773,18.

Determinar o valor que deve ser abatido no ato da contratação, uma vez que a empresa deseja limitar esse pagamento final em \$ 1.200.000,00, sabendo-se que o banco opera no regime de juros compostos, à taxa de 5% ao mês.

R. = \$ 67.537,73

NOSSA LÍNGUA PORTUGUESA NAS OPERAÇÕES FINANCEIRAS DE CADA DIA! SÉRIE 3

1. UM EXEMPLO: “Você deposita nesta data determinada quantia para ter direito a retirar \$ 2.000,00 daqui a 3 meses e \$ 5.000,00 daqui a 6 meses”.

A) O que você entende por “nesta data”:

B) Que data será “... daqui a 3 meses”:

C) E qual é a data para “... daqui a 6 meses”:

D) Faça esquema gráfico (diagrama fluxo de caixa) dessa situação:

2. OUTRO EXEMPLO: “Em relação ao exemplo anterior, considere a seguinte alteração: as datas de recebimento serão adiadas, por 2 meses”.

Então, quais serão as novas datas em que você irá retirar os valores de \$ 2.000,00 e \$ 5.000,00:

3. CASO PRÁTICO: “Determinado banco remunera as aplicações financeiras à taxa de 2% ao mês. Para um cliente que aplica \$ 50.000,00 hoje e \$ 80.000,00 daqui 4 meses, qual será o valor total daqui a 12 meses?”

A) Explique o que você entende por “... aplica \$ 50.000,00 hoje”:

B) E com “... \$ 80.000,00 daqui a 4 meses?”.

C) Qual será a data final dessa aplicação, ou seja, em que data ele irá resgatar (receber) essa aplicação?”

4. O que significa “em quantos anos consigo quintuplicar meu capital?”.

5. RESPONDA RÁPIDO:

A) Quantos trimestres tem o ano? _____

B) E quantos quadrimestres? _____

C) Um semestre tem quantos bimestres? _____

Exercícios - Miscelânea

1. Completar, convenientemente, a tabela (juros compostos)

$$M = C (1 + i)^n$$

$$\text{Na calculadora: } FV = PV (1+i)^n$$

M \$	C \$	i	n
130.000,00		42 % a.a.	7 m
42.500,00	14.300,00	% a..m.	90 dias
	40.000,00	3 % a.m.	62 dias
50.000,00	35.000,00	18 % a.s.	dias

2) Calcule o valor na liquidação de uma operação financeira de \$ 50.000,00 à taxa de 2% a.m., considerando o regime de capitalização composta e o prazo de aplicação de 6 meses. **Resp. \$ 56.308,12**

3) Um determinado capital, em regime de capitalização composta durante 10 meses, rendeu uma quantia de juros igual ao valor aplicado. Determine a taxa mensal de aplicação. **Resp. 7,177% a. m.**

4) Um empréstimo de \$ 7.000,00 foi contratado à taxa de 20% a.t. Qual deverá ser o valor da Nota Promissória, considerando que o resgate se dará daqui a 15 meses? **Resp. \$ 17.418,24**

5) Um capital de \$ 1.000,00 recebe aplicação composta durante 1,5 ano, à taxa de 2,5% a.m. Calcule o total de juros auferidos no período. **Resp. \$ 559,66**

6) Um banco remunera as aplicações financeiras a juros compostos, calculados à taxa de 3% a.m. Para um cliente que aplica \$ 85.000,00 hoje e \$ 165.000,00 daqui a 3 meses, qual será o valor total pago daqui a seis meses? (Lembrando: “daqui a 3 meses” significa hoje mais 3 meses). **Resp. \$ 281.794,40**

7) Por quanto devo aplicar um capital de \$ 74.217,08 para receber \$ 175.000,00 em 9 anos? **Resp. 9,95% a. m.**

8) Qual a taxa de juros que preciso exigir do banco para com os \$ 10.000,00 que possuo hoje, conseguir comprar um apartamento que custa \$ 50.000,00 daqui a 3 anos? **Resp. 70,99% a. a.**

9) Qual o valor total que eu devo aplicar hoje, para poder resgatar \$ 40.000,00, daqui a 4 meses, e uma parcela de \$ 80.000,00, após 7 meses, considerando a taxa de juros de 4,5% a.m.? **Resp. \$ 92.328,73**

10) Quanto tempo devo esperar, para adquirir à vista um veículo KA que custa \$ 15.345,00, se hoje tenho \$ 7.500,00 aplicados no banco à taxa de 9,5% a.t.? **Resp. 7,89% a.t.**

11) Em quantos anos consigo quintuplicar meu capital, se a taxa de juros contratada for de 3,5% a.m.? **Resp. 46,78405 meses $\approx$ 3,89867 anos $\approx$ 3 a. 10 m. 24 d.**

ESTUDO DE CASO

Você, responsável financeiro da empresa, recebe o seguinte problema:

- a) antecipação salarial dada pela empresa, até hoje = 47%
- b) inflação no período = 135%

Um certo funcionário, com salário hoje em \$ 4.600,00, já recebeu até agora 47% (de antecipação). Quanto deve ele receber, para atualizar seu salário pela inflação, e para quanto irá seu o seu salário?

1) Cálculo feito pela área de RH (que não é....“chegada”)

- a) inflação = 135%
antecipação = 47%
- 
- diferença 88%

b) salário com antecipação = \$ 4.600,00

c) salário com diferença de 88%
 $\$ 4.600,00 + 88\% = \$ 8.648,00$

2) Observações de seu superior (aquele chefe maravilhoso e profundo conhecedor dos cálculos financeiros)

“As contas estão erradas!

O salário atualizado não deve ser superior a +/- \$ 7.500,00.

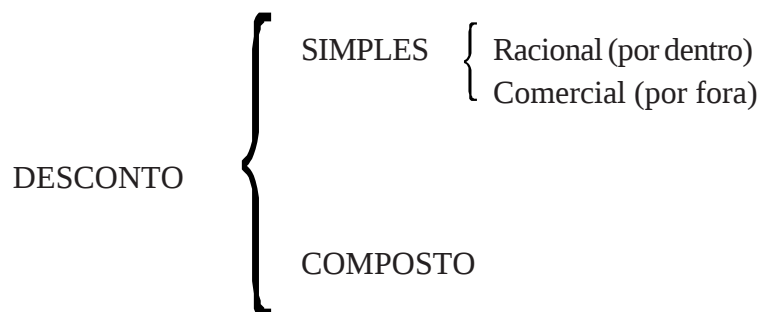
Encaminhe ao Responsável Financeiro (ih! é você) para que ele calcule”

3) Pois é. Sobrou!

E agora?

DESCONTOS**(UMA OPERAÇÃO FINANCEIRA FEITA COM JUROS SIMPLES)****“A vida é uma oportunidade de ousar”****George Clemenceau****1. CONCEITO****N** = Valor nominal (valor que o capital terá no seu vencimento)**A** = Valor Atual (valor nominal descapitalizado para a data do resgate)**T** = data do desconto (quando o título será resgatado)

A expressão “Desconto de Títulos” é muito utilizada, por que, normalmente, o **valor Nominal** é sempre representado por um título - Nota Provisória, Letra do Câmbio, Duplicata, etc.

2. CLASSIFICAÇÃO**3. DESCONTO COMERCIAL**

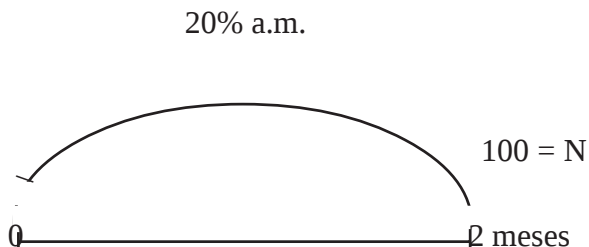
$$\underline{Dc = N.i_d.n}$$

EXEMPLO: Um título com vencimento em 30 de agosto é resgatado com 63 dias de antecipação. Sabendo-se que o seu valor era de \$ 320.000,00, calcule o desconto comercial à taxa de 18% ao mês.

4. RELAÇÃO ENTRE:

- . TAXA DE JUROS = i
- . TAXA DE DESCONTO = i_d

EXEMPLO: Se a taxa de desconto é de 20% a.m., com prazo de antecipação de 2 meses, qual a taxa de juros da operação?



EXERCÍCIO: Uma duplicata no valor de \$ 25.000,00 foi descontada 23 dias antes de seu vencimento e a taxa de desconto cobrada pelo banco é de 4,5% am. Calcular:

- a) valor do desconto
- b) valor líquido recebido
- c) taxa de juros (no período e ao mês)

5. DESCONTO DE DUPLICATAS

EXEMPLO: Uma empresa oferece as seguintes duplicatas para serem descontadas em um banco comercial:

Vencimento (dias)	Valor (\$)
30	1.500.000,00
60	2.800.000,00
90	4.000.000,00

- a) Qual o valor a ser creditado na conta da empresa, se a taxa de desconto é de 15% ao mês?
b) Qual a taxa de juros da operação?

EXERCÍCIO: Um banco comercial realiza operações de desconto de duplicatas com taxa de 20% a.m., exigindo saldo médio de 30% do valor da operação. Sua empresa quer descontar \$ 10.000.000,00 em duplicatas, todas com vencimento a 90 dias.

- a) qual o valor creditado na conta da empresa?
b) quais as taxas de juros (para você) sem saldo médio e com saldo médio?

6. FAÇA VOCÊ MESMO (para o lar)

1. Em uma operação de desconto para 40 dias, o banco pratica 18% ao mês, exigindo reciprocidade de 10% sobre o valor nominal. Determinar a taxa mensal efetiva (Resp. 26,19 % a.m.).

2. Suponha que uma loja venda um videocassete com pagamento para 30 dias por \$ 560,00 e à vista por \$500,00. Calcule a taxa de juros e a taxa de desconto (Resp.: $i = 12\%$ a.m. e $d = 10,71\%$ am)

3. Uma Nota Promissória, no valor de \$ 100.000,00 foi descontada 60 dias antes do prazo de seu resgate com a taxa de desconto comercial de 28,5% ao mês:

a) qual o valor do desconto (Resp. \$ 57.000,00)

b) qual o valor atual (Resp. \$ 43.000,00)

4. Um cliente procurou o Banco para descontar duplicata no valor de \$ 38.000,00. O título vence daqui a 45 dias e a taxa de desconto é 5% am. Qual a taxa de juros dessa operação? (Resp. $i = 8,11\%$ ao período de 45 dias)

5. Sabendo que um título de \$ 31.250,00 foi descontado e que o valor do desconto foi de \$ 1.125,00, calcule a taxa de desconto utilizada pelo Banco (Resp. 3,60% ao período)

APLICAÇÃO PRÁTICA

DESAFIO TOTAL - da série “gente que...faz”

IMPORTANTE: Fazer o fluxo de caixa para cada situação

MENSAGEM: “Uma imagem vale mais do que mil palavras”; provérbio chinês

1. Um capital de \$ 235.000,00 foi aplicado por 73 dias à taxa de 16,5% ao ano.

a) Qual o valor do resgate

b) No caso de ser pago \$ 1.500,00 referente a imposto sobre a renda, na ocasião do resgate, determine a nova taxa de juros anual.

2. Determinada empresa resolve descontar os títulos com taxa de desconto 3% a.m., e aplicar o valor líquido por 3 meses com taxa de 3,2% ao mês.

Prazo	Valor \$
19 dias	20.000.000,00
27 dias	30.000.000,00
34 dias	40.000.000,00

Determinar:

a) o valor do desconto total

b) o valor líquido recebido

c) o montante da aplicação

3. Um empréstimo no valor de \$ 150.000,00 foi realizado por 6 meses à taxa de juros de 138,1780 % ao ano. Após 4 meses resolve quitar a dívida, pagando 101,2196% ao ano sobre o valor do montante (dívida inicial). Determinar:

a) o valor do montante (data 6 meses) - dívida inicial.

b) o valor a ser pago na quitação (data 4 meses) - pagamento antecipado.

c) a taxa de juros mensal e anual do empréstimo (período 0 a 4 meses) - período efetivo do empréstimo.

SÉRIE RECORDAR É...(RE) VIVER:

1. FAZER A RELAÇÃO DA EQUIVALÊNCIA:

1 trimestre	equivale a _____	mês
1 semestre	equivale a _____	bimestre
1 mês	equivale a _____	trimestre
1 ano	equivale a _____	mês
1 trimestre	equivale a _____	semestre
1 quadrimestre	equivale a _____	ano

2. COMPLETAR:

1 mês	cabe _____	no ano
1 ano	cabe _____	no semestre
1 semestre	cabe _____	no bimestre
1 trimestre	cabe _____	no mês
1 mês	cabe _____	no bimestre

3. PREPARANDO A EQUIVALÊNCIA DE TAXAS:

1º) transformar a taxa dada (de % para financeira)

2º) fazer a conta, considerando o período da **taxa pedida** contém quantas vezes o período da **taxa dada**.

a) 15% ao mês para ano

$$\text{Resolução: } (1,15)^{\frac{1 \text{ ano}}{1 \text{ mês}}} = (1,15)^{\frac{12}{1}} =$$

b) 45,37% ao trimestre para semestre

c) 435% ao ano para mês

d) 269% ao semestre para trimestre

(Obs.: Refaça as observações da pg. 31: “Intimidade com a sua ...”)

EQUIVALÊNCIA DE TAXAS**“Regra nº 1: nunca perca dinheiro.****Regra nº 2: nunca esqueça a regra número 1”****ANÔNIMO****1. Recordando a condição Básica:**

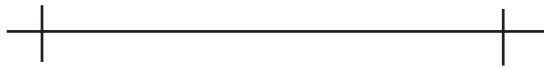
taxa de juros (i) }
período (n) } mesma unidade de tempo

exemplo: taxa 18,5% ao mês

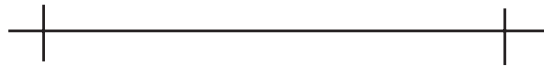
prazo 34 dias --> $n = \frac{34}{30}$ meses

ou seja, até agora transformamos o prazo (n) no período da taxa (i), afinal a taxa é... “imexível”.
(Lembrando NATAXA!)

2. EXEMPLO UM: Qual o montante acumulado após um ano, tendo aplicado \$ 250.000,00 à taxa de 6,5% ao mês?



3. EXEMPLO DOIS: Qual o montante acumulado após um ano, tendo aplicado \$ 250.000,00 à taxa de 112,9096% ao ano?



CONCLUSÃO:

- a) Nos dois exemplos, o capital aplicado e o prazo foram mantidos iguais;
- b) As taxas (diferentes) foram 6,5% ao mês e 112,9096% ao ano;
- c) Nos dois exemplos, o montante resultou o mesmo: \$ 532.274,06

PORTANTO:

Podemos afirmar que as taxas de 6,5% a.m. e 112,9096% a.a. são taxas equivalentes, uma vez que os montantes por elas gerados são iguais.

4. MATEMATICAMENTE

Seja: taxa pequena $i_p = 6,5\%$ a.m.

taxa grande $i_g = 112,9096\%$ a.a.

$$\text{Então: } M_p = C(1 + i_p)^n = 250.000 (1,065)^{12} =$$

$$M_g = C(1 + i_g)^n = 250.000 (2,129096)^1 =$$

$$M_p = M_g = 532.274,06 = 532.274,06$$

5. Agora, tendo $i_p = 6,5\%$ ao mês, calcule i_g (ao ano)

$$M_p = C(1,065)^{12} \text{ ---- } 1 \text{ ano} = 12 \text{ meses}$$

$$M_g = C(1 + i_g)^1$$

Sabemos que: $M_p = M_g \text{ ----} > C(1,065)^{12} = C(1 + i_g)^1$
ou seja: $(1 + i_g)^1 = (1,065)^{12}$

$$(1 + i_g)^1 = 2,1291$$

$$i_g = 2,1291 - 1 = 1,1291 \text{ ao ano}$$

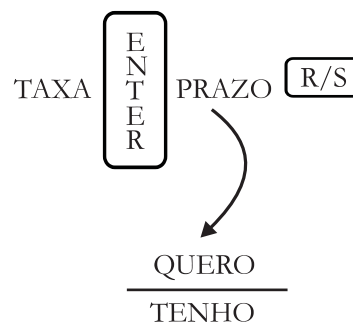
$$i_g = 112,9096 \% \text{ ao ano (com 4 casas)}$$

PROGRAMANDO A HP-12C

Obs.: Para introduzir o programa não se preocupe com o que aparece no visor ao serem apertadas as teclas. Faça com cuidado, valor por valor e, caso erre, refaça tudo. É mais fácil.

PASSO	TECLA
	f P/R
	f PRGM
01	$X \longleftrightarrow Y$
02	1
03	0
04	0
05	÷
06	1
07	+
08	$X \longleftrightarrow Y$
09	Y^x
10	1
11	–
12	1
13	0
14	0
15	X
	f P/R

DADOS DE ENTRADA:



6. DESAFIO: CDB está remunerado a uma taxa de 110% ao ano.

Qual a taxa mensal equivalente?

7) Obtenha a taxa de juros anual equivalente à taxa mensal de 5% (em % e uma casa decimal) – (Concurso Auditor, 1998)

8. 1ª BATERIA: Dada a taxa mensal de 3,00%, calcule as taxas equivalentes: diária, trimestral, semestral e anual.

9. 2ª BATERIA: Complete a tabela

% am	% at	% as	% aa
12	93,5	187,16	849,38
16,23	104,12		1045,92

Exercícios

1) Taxa mensal equivalente a:

39,12% ab.; 49,16% at.; 368,49% as.

Resp. 17,95% a. m ; 14,26% a. m.; 29,36% a. m.

2) A taxa anual equivalente a:

33,12% am.; 135% as.

Resp. 2.996,85% a.a.; 452,25% a.a.

3) A taxa equivalente a 276,3% aa por 32 dias

Resp. 12,50% a 32 dias (ano=360 dias)

4) A taxa trimestral total, dadas as taxas mensais de 2,83%; 3,15% e 3,37%

Resp. 41,79% a.t.

5) Correção de 6,4731%% mais 0,5% equivale a:

Resp. 7,01%

6) O que é melhor:

A) CDB de 40,1043% ao ano por 33 dias;

B) Poupança com 5,7812% ao bimestre;

C) RDB de 18,3657% ao semestre.

Resp. São todas equivalentes

7) Qual a taxa anual equivalente a:

a) 12% ao trimestre **(Resp. 57,35% aa)**

b) 35% ao semestre **(Resp. 82,25%aa)**

8) Se um CDB rendeu 13,89% em 63 dias, quanto renderá no ano?

Resp. 110,27% a.a.

9) Qual foi a melhor aplicação? 56% ao semestre X 39% ao quadrimestre

Resp. 39% a.q.

10) Complementar a tabela

ao mês	ao trimestre	ao semestre	ao ano
13%			
	40%		
		65,3%	
			450%

Exercícios Miscelânea

1) Determinar as taxas efetivas trimestral e anual que são equivalentes à taxa de 5% ao mês.

R. 15,763% a.t. e 79,586% a.a.

2) Determinar as taxas efetivas anuais, que são equivalentes às taxas de 6% ao mês e 5% ao semestre.

R. 101,22% a.a. e 10,25% a.a.

3) Determinar a taxa efetiva anual que é equivalente à taxa de 0,48% ao dia.

R. 460,616% a.a.

4) Determinar as taxas efetivas trimestral e anual que são equivalentes à taxa de 6% ao mês.

R. 19,102% a.t. e 101,220% a.a.

5) Determinar a taxa efetiva trimestral, que é equivalente a uma taxa efetiva de 20% ao ano.

R. 4,664% a.t.

6) Determinar a taxa efetiva mensal que é equivalente à taxa de 36% ao ano.

R. 2,595% a.m.

Exercício**Estudando a caderneta de poupança**

- a) independentemente da “correção monetária” (mecanismo de indexação), a poupança remunera com juros de 6% ao ano, isto é, todo mês com 0,5%;
- b) falando de outra maneira, 6% ao ano capitalizados mensalmente;
- c) isso significa que 0,5% mensais, ao fim de um ano se terá mais do que 6% (nas contas que já fizemos deu 6,17%).

Este é um exemplo em que o período da taxa (ao ano) é diferente do período de remuneração desta mesma taxa (ao mês). Tem-se a chamada taxa nominal.

Encontrando a taxa efetiva escondida em uma taxa nominal: o procedimento correto é o seguinte:

$$1^{\circ}) \text{ taxa ao mês} = \frac{6}{12} = 0,5\% \text{ a.m.}$$

$$2^{\circ}) \text{ taxa ao ano} = \left[\left(1 + \frac{0,5}{100} \right)^{12} - 1 \right] \cdot 100 = \underline{6,16778\% \text{ a.a.}}$$

com 5 casas

Portanto, no casos em que o período da taxa (no exemplo 6% a.m.) for diferente do período de capitalização (no exemplo mensal) tem-se o que se chama de taxa nominal.

Então, taxa nominal é _____

Anotando:

. **Taxa Nominal** - são taxas que costumam ser negociadas ou constar de contratos;

. **Taxa Efetiva** - são taxas expressas no período em que realmente serão capitalizadas, e representam corretamente o resultado da operação.

TAXAS NOMINAIS

Exercícios

- 1) Qual a taxa anual efetiva equivalente a 12% ao ano, capitalizado mensalmente.
- 2) Qual a taxa semestral efetiva equivalente a 100% ao semestre, capitalizado trimestralmente.
- 3) A taxa de 240% ao ano, capitalizada mensalmente, equivale a quanto efetiva ao ano?
- 4) Aplicando \$ 1.000.000,00 por 3 semestres à taxa de 180% ao ano, capitalizada ao mês, determinar o Montante.
- 5) Determinar a taxa efetiva anual que é equivalente à taxa de 48% ao ano, capitalizada trimestralmente.
R. = 57,352% a.a.
- 6) Calcule as taxas efetivas trimestral e semestral de 60% ao ano, capitalizada mensalmente.
R. = 15,763 a.t. e 34,010% a.s.
- 7) Determine a taxa efetiva mensal que é equivalente à taxa de 36% ao ano, capitalizada diariamente (considerar as duas possibilidades: ano com 360 e 365 dias).
R. = 3,044% a.m. e 3,002% a.m.
- 8) O que é melhor: contratar 21% ao trimestre, capitalizados mensalmente ou 84% a.a., capitalizados mensalmente.
R. = Tanto faz, são equivalentes.

TAXAS PREFIXADAS E PÓS-FIXADAS

Toda taxa de juros tem, pelos menos, duas parcelas: uma destinada a atualizar o capital (corrigir a perda da moeda em relação à inflação ou ao mercado financeiro e uma parcela de efetiva remuneração do capital).

As taxas de juros prefixadas são contratadas fechadas (atualização monetária esperada + taxa de juros), de tal forma que na hora da contratação já se conhece o ganho final que será garantido. Essas taxas costumam ser mais usadas em períodos de estabilidade econômica.

Exemplos: 15% a.t.: 25% a.q.: 60% a.a. etc.

No caso das taxas de juros pós-fixados na hora da contratação somente é fixada a componente taxa de juros, sendo a componente atualização monetária apenas indicada com a referência do indexador de preços ou de mercado de juros que será utilizado. Essas taxas costumam ser mais usadas em períodos de incerteza ou de inflação ascendente.

Exemplo: IGPM + 12% a.a.: IPC + 7% a.s.: TR + 14% a.a.: VC + 2% a.m.

Convertendo uma taxa de juros pós-fixada em prefixada:

Uma taxa pós-fixada pode ser convertida:

- a) no ato da contratação, aplicando-se uma previsão do indexador usado:
- b) no resgate da operação, aplicando-se a variação do indexador que realmente se verificou no período da operação:

Identidade para conversão de uma taxa pós-fixada em prefixada:

$$(1 + i_{\text{pré}})^n = (1 + D_{\text{indexador}})^n (1 + i_{\text{pós}})^n$$

onde:

$i_{\text{pré}}$ = taxa de juros fechada verificada ou prevista para a contratação no prazo de capitalização

$D_{\text{indexador}}$ = variação verificada ou estimada do índice de preços ou do mercado financeiro no período de capitalização da parcela da taxa de juros aplicada.

$i_{\text{pós}}$ = parcela de juros declarada no início da operação.

n = prazo de capitalização adotado

Exemplo:

1. Calcule a rentabilidade total de uma caderneta de poupança que rende TR + 0,5% a.m. num mês em que TR foi de 1,2% a.m.
2. Um veículo importado é financiado por 60 dias numa operação que prevê VC + 2,9 % a.m., sabendo que é esperada uma variação do câmbio da ordem de 1,25% a.m. Calcule a taxa prefixada correspondente.

Exercícios:

1) Dadas a seguinte tabela de variação dos indexadores:

MÊS	D INDEXADOR FINANCEIRO	D INDEXADOR CAMBIAL	D INDEXADOR DE PREÇOS
Março	0,60%	0,70%	0,10%
Abril	0,56%	0,85%	0,27%
Maio	0,45%	0,92%	0,36%
Junho	0,35%	1,25%	0,40%
Julho	0,36%	2,0%	0,40%

Calcule as seguintes taxas prefixadas:

- para junho considerando a taxa do tipo indexador financeiro + 2% a.m.
- para março considerando a taxa do tipo indexador cambial + 4% a.m.
- para julho considerando a taxa do tipo indexador de preços + 2% a.m.
- para o trimestre (abril, maio e junho) com indexador de preços + 9% a.t.
- para o trimestre (abril, maio e junho) com indexador de câmbio + 12% a.t.
- para o período de março a julho com indexador financeiro e taxa de 3% a.p.

2) Considerando que contratou-se a taxa de juros prefixada de 120% a.a. calcule a variação máxima de inflação que pode ser esperada para garantir uma remuneração real do capital de pelo menos 4% a.a.

3) Qual foi a taxa de juros real obtida numa operação que pagou 95% a.a. se o índice de preços no período variou 78,5% a.a.

4) Com uma previsão de inflação de 45% a.a. e uma expectativa de ganho real da ordem de 9% a.a., qual deve ser a taxa prefixada contratada?

Nota: chama-se taxa de juros real, a parcela de ganho que ultrapassa a variação de preços no período.

Exercícios complementares:

- Qual foi o ganho real de um poupador que ganhou TR + 0,5% a.m. num mês em que a TR variou 1,10% e a inflação medida pelo IGP-DI alcançou 0,22%.
- Quanto ganhou em termos reais, um empresário que aplicou variação cambial + 7% a.s se a inflação do período foi de 3,22%
- Qual a taxa mínima de TR que devo ganhar para garantir um ganho real de 12% a.a. se a inflação do período foi de 4,5% a.a.

Testes - 1ª bateria

1) Qual o valor futuro de um capital \$ 20.000.000,00 à taxa de 9,35% a.m. por um semestre:

- a) \$ 21.720,00
- b) \$ 27.387,00
- c) \$ 33.054,92
- d) \$ 34.193,43

2) Um capital de \$ 13.500.000,00 rendeu \$ 4.585.520,00 de juros em 3 meses. A taxa de remuneração foi:

- a) 89,47% a.s.
- b) 33,97% a.t.
- c) 16,14% a.m.
- d) 10,84% a.m.

3) \$ 14.520,00 foi resultado final da aplicação de \$ 8.125,00 à taxa de 9,10% a.m. o prazo desta aplicação foi:

- a) 5,666 meses
- b) 6 meses 20 dias
- c) 8 meses
- d) 9 meses 12 dias

4) Quanto devo aplicar hoje para que daqui a 4 bimestres, à taxa de 10% a.m., receba \$ 850.000,00

- a) \$ 216.314,26
- b) \$ 610.000,00
- c) \$ 580.561,44
- d) \$ 396.531,27

5) Quem aplicou \$ 3.000.000,00 em caderneta de poupança, que remunerou 12,31% no 1º mês, 10,53% no 2º mês e 9,80% no 3º mês, quanto terá no final deste período:

- a) \$ 3.500.000,00
- b) \$ 3.721.570,12
- c) \$ 3.979.200,36
- d) \$ 4.089.047,84

6) A inflação, de certo país, foi 230% no período de um ano. Pode-se considerar que a taxa mensal equivalente é:

- a) 19,17% a.m.
- b) 10,46% a.m.
- c) 13,61% a.m.
- d) Nenhuma das anteriores

7) A taxa semestral equivale a 25% ao bimestre é:

- a) 95,31% a.s.
- b) 75% a.s.
- c) 56,25% a.s.
- d) 42,38% a.s.

8) A taxa líquida de um CDB, por 183 dias, é 109,05%. Qual é a taxa anual equivalente?

- a) 623,85% a.a.
- b) 311,25% a.a.
- c) 426,58% a.a.
- d) 326,58% a.a.

9) A taxa anual, equivale a 330% ao ano, capitalizada semestralmente é:

- a) 7,023% a.a.
- b) 1845,53% a.a.
- c) 602,25% a.a.
- d) 705% a.a.

10) Calcular a taxa nominal, conversível 4 vezes ao ano, equivalente à taxa efetiva anual de 6%:

- a) 5,77% a.a.
- b) 5,87% a.a.
- c) 5,97% a.a.
- d) O professor tá louco pô!

RESPOSTAS

- | | |
|-------|--------|
| 1 - d | 6 - b |
| 2 - b | 7 - a |
| 3 - b | 8 - d |
| 4 - d | 9 - c |
| 5 - d | 10 - b |

Exercícios

1) Calcule o montante de uma aplicação de \$ 50.000,00 à taxa de 2% a.m., considerando o regime de capitalização composta e o prazo da aplicação de 6 meses. **Resp. \$ 56.308,12**

2) Calcule o montante para as aplicações abaixo, supondo o regime de capitalização composta:

Capital Aplicado	Taxa	Prazo	
a) \$ 80.000,00	9,6% a.s.	2 anos	Resp. \$ 115.433,59
b) \$ 65.000,00	3% a.b.	1 ano	Resp. \$ 77.613,40
c) \$ 35.000,00	2,1% a.m.	1 ano e meio	Resp. \$ 50.878,16

4. Um empréstimo de \$ 1.000.000,00 foi feito por 9 meses, à taxa de 2% a.t., qual o valor do montante, ao final dos 9 meses? **Resp. \$ 1.061.208,00**

5. Um capital de \$ 700,00 é aplicado a juros compostos, durante 1 ano e meio, à taxa de 2,5% a.m.. Calcule os juros auferidos no período. **Resp. \$ 391,76**

6. Um banco remunera aplicações a juros compostos, cuja taxa é de 3% a.m. Se uma pessoa aplica hoje \$ 85.000,00 e \$ 100.000,00 daqui a 3 meses qual será o montante daqui a 6 meses? (Lembrando: “daqui a 3 meses” significa hoje mais 3 meses). **Resp. \$ 210.767,15**

7. Qual o capital que, aplicado a juros compostos durante nove anos, à taxa de 10% a.a., produz um montante de \$ 175.000,00? **Resp. \$ 74.217,08**

8. Um investimento de \$ 500.000,00 em CDB rende 2,15% no primeiro mês de aplicação e 2,38% no segundo mês de aplicação consecutiva. Pede-se o valor do CDB no final do segundo período. **Resp. \$ 522.905,85**

9. Um empréstimo no valor de \$ 160.000,00 resulta em que valor futuro considerando-se um custo de 6,2% no prazo de 60 dias? **Resp. \$ 169.920,00**

10. Qual é o valor atual de um cheque pré-datado de \$ 90.000,00 para 90 dias se a inflação no período for 4,0%? **Resp. \$ 86.538,46**

11. Um anunciante recebe 3 ofertas para colocar uma chamada de 30” na TV, a saber:

A) \$ 5.000,00 para pagamento à vista

B) \$ 5.200,00 para pagamento à 30 dias

C) \$ 5.400,00 para pagamento à 60 dias

Levando-se em conta uma inflação de 3,8% a.m., verifique qual é a melhor opção para o anunciante.

Resp. A

12. Dada a taxa de 4,5% para 30 dias, calcule a taxa equivalente para 93 dias, 1 dia, 300 dias. **Resp. 14,62% a 93 dias; 0,15% ao dia; 55,30% a 300 dias**

EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS

“O capital é como água; sempre flui para onde encontra menos obstáculos” Delfim Netto.

OBJETIVO: Modificar a data de pagamento mantendo-se as condições iniciais da proposta.

CONDIÇÃO: que os valores atuais dos fluxos de caixa sejam equivalentes. A equivalência não precisa obrigatoriamente ser verificada no período zero.

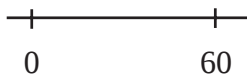
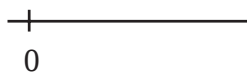
RESOLUÇÃO: $PP = DA$

PP = proposta de pagamento

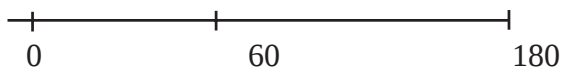
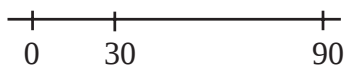
DA = dívida assumida

EXEMPLOS:

- 1) a) dívida = \$ 2.000,00 à vista
b) proposta = 1 pagamento a 60 dias
taxa = 3,0% ao mês



- 2) a) dívida = pagamento de \$ 1.000,00 na data 30 e pagamento de \$ 3.000,00, na data 90 dias
b) proposta = pagamentos iguais a P para 60 e 180 dias
taxa de juros = 3 % ao mês.

**EM RESUMO**

- a) resolver a equação $PP = DA$
- b) escolher uma data qualquer chamada data de equivalência.
- c) levar para essa data (qualquer) todos os valores (PP e DA).

Série de Exercícios - Equivalências de Capitais

1) Uma dívida no valor de \$ 20.000.000 vencível em nove meses, vai ser liquidada, antecipadamente, em dois pagamentos iguais nos meses 4 e 7. Considerando taxa de juros de 5,8% ao mês, calcular o valor desses pagamentos.

2) Um empréstimo deverá ser pago por dois títulos vencíveis em 3 e 6 meses, nos valores de \$ 250.000,00 e \$ 400.000,00 respectivamente.

Com taxa de 12% ao mês, qual o valor para um único pagamento, considerando ter sido o empréstimo prorrogado para a data 12 meses.

3) Qual a melhor proposta para um tomador de empréstimo, para taxa de 10% a.m.

a) Pagamento de \$ 1.200.000,00 no 6º mês;

b) Três pagamentos de \$ 326.611,00 nos meses 2,4 e 6.

c) Pagamento de \$ 819.616,00 no mês 2.

4) Um produto no valor de \$ 265.000,00 à vista vai ser pago em 2 parcelas nos meses 3 e 6. Qual o valor dos pagamentos considerando taxa de juros 435,025% ao ano.

5) Qual o valor atual de uma dívida a ser paga em três prestações mensais iguais de \$ 368.500,00 considerando taxa mensal de juros 3,5%.
OBS.: Pagamentos nos meses 1, 2 e 3.

6) Determinar o valor atual se, no caso anterior, a primeira prestação fosse no mês 0, isto é, dada como entrada inicial.
OBS.: Pagamentos nos meses 0, 1 e 2

7) Resolva e equação

$$VA = P \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i (1 + i)^n} \right]$$

PARA: $P = \$ 368.500,00$
 $i = 3,5\% \text{ a.m.}$
 $n = 3 \text{ meses}$

a) Compare VA com o exercício 5.

b) O que você pode concluir?

Exercícios

1) Uma empresa fez dívida de \$ 500.000,00 a juros compostos de 10% a.m.. Decorridos 2 trimestres, a empresa paga \$ 100.000,00 e combina liquidar o saldo em 2 semestres, a partir desta data. Qual o valor do pagamento final? **Resp. \$ 2.466.115,82**

2) Uma dívida tem a seguinte forma de liquidação:

\$ 300.000,00 a 4 meses

\$ 500.000,00 a 8 meses.

Não podendo pagar dessa maneira fez proposta para liquidar em 2 parcelas iguais e semestrais. Qual o valor das novas parcelas? Taxa de juros em 2,7% a.m. **Resp. \$ 426.759,60**

3) Um imóvel foi comprado com:

Entrada de: \$ 1.000.000,00

Saldo: \$ 500.000,00 a 60 dias

\$ 600.000,00 a 120 dias

Por problemas de documentação as 2 parcelas foram adiadas por 3 meses e passaram a ser de valores iguais. Sabendo que a taxa de contrato é a 69,5881% a. a., calcule a reavaliação da dívida na data da 1ª parcela, determinando o valor das novas parcelas.

(Lembrando: adiar por 3 meses é transferir 3 meses para frente). **Resp. \$ 597.550,68**

4) Um imóvel foi comprado em 2 parcelas:

. Primeira a 60 dias no valor de \$ 700.000,00

. Segunda com vencimento a 120 dias no valor de \$ 1.000.000,00

Logo após a assinatura do contrato o comprador vê-se impossibilitado de pagar a primeira parcela e para evitar implicações legais, propõe alterar o contrato para 3 parcelas trimestrais e iguais. Qual será o valor das parcelas considerando taxa de 1,8% a.m. **Resp. \$ 595.465,06**

5) Um imóvel cujo valor a vista é \$ 960.000,00 tem a seguinte forma de pagamento: 2 parcelas trimestrais, sendo a primeira o dobro da segunda, com taxa de 24% ao ano. (meses 3 e 6)

O comprador fez contra-proposta: 5 parcelas bimestrais iguais. (a partir do 2º mês)

a) Qual o valor das parcelas oferecidas pelo vendedor. **Resp. \$ 687.356,15 e \$ 343.678,08**

b) O valor das parcelas a serem pagas pelo comprador. **Resp. \$ 202.542,94**

SÉRIE DE PAGAMENTOS

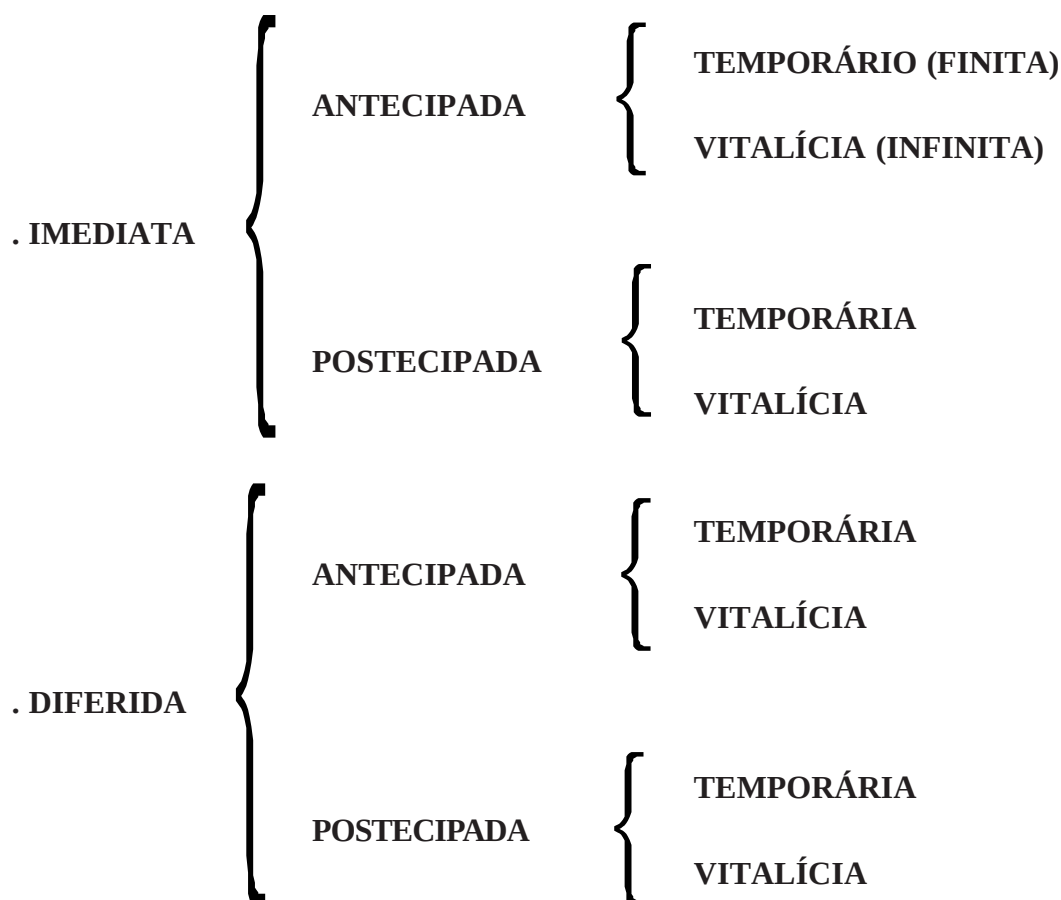
“Uma boa renda é a melhor receita de felicidade de que eu já ouvi falar” Jane Austen

É bastante freqüente, na prática, a ocorrência de operações financeiras que envolvem seqüências de pagamentos.

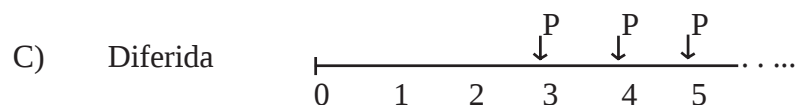
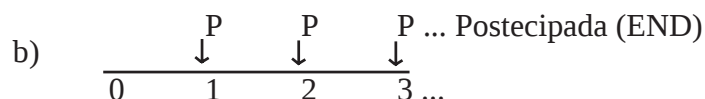
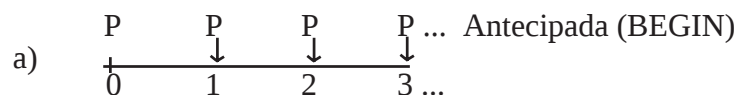
O mais comum é o caso de pagamentos uniformes (constantes), utilizados nos esquemas de vendas a prazo.

Teremos aqui as operações financeiras que têm mais de dois capitais, denominadas de maneira geral como série de pagamentos (anuidades, fluxo de caixa). Como exemplos: resultados anuais de um projeto de investimento, formação de fundo complementar de aposentadoria, sistemas de financiamento.

1) CLASSIFICAÇÃO



2) ESQUEMATICAMENTE



Obs.: Perceba a diferença entre *carência* e *diferimento*.

3) VALOR ATUAL (VALOR NA DATA ZERO)

$$VA = P \cdot V_{\overline{n}|i} \text{ (TEMPORÁRIA)}$$

$$VA = \frac{P}{i} \text{ (VITALÍCIA)}$$

$$\text{onde } V_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

$$\text{ou } V_{\overline{n}|i} = 1 - \frac{(1+i)^{-n}}{i}$$

Importante: O valor atual de uma série de pagamentos uniforme, **cai** um período **antes** da data do primeiro pagamento

4) MONTANTE (VALOR NA DATA DO ÚLTIMO PAGAMENTO)

$$M = P \cdot a_{\overline{n}|i} \quad (\text{TEMPORÁRIA})$$

$$\text{onde } a_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

5) EXERCÍCIOS

1) Um eletrodoméstico, foi financiado em 4 prestações mensais iguais de \$ 326,00, com taxa de 3% ao mês. Determinar o valor atual, considerando:

- a) 4 pagamentos (postecipado)
- b) 1 + 3 pagamentos (antecipado)

2) Um equipamento no valor de \$ 1.500.000,00 foi financiado em 5 pagamentos mensais iguais (1+4), com taxa de juros de 2,5% a.m., Determinar o valor das prestações.

3) Um imóvel foi vendido por \$ 2.200.000,00 de entrada, mais 12 prestações mensais iguais de \$ 250.000,00 e mais 12 prestações mensais iguais (totalizando 24 prestações) de \$ 500.000,00. Qual o valor à vista do imóvel, considerando juros de 1,5% ao mês?

4) Qual será o montante, de uma caderneta de poupança, com investimentos mensais iguais de \$ 200,00, durante um ano, à taxa de 1,00% ao mês?

Atenção: muito cuidado na montagem do fluxo, pois a rentabilidade inicia-se com o depósito, isto é, na data ZERO (e montante cai na data do último pagamento)

TRABALHO CONCEITUAL III

1) Pelo conceito apresentado os juros são sempre acrescidos ao capital. No entanto, é possível operar em algumas calculadoras financeiras com taxas de juros negativas. Procure imaginar situações em que isto seja possível.

2) Os bancos são alvos de pesadas críticas acerca das elevadas taxas de juros que impõem aos seus clientes, quando estes necessitam de alguma forma de empréstimo. Eles são cobrados por não remunerarem o capital dos seus investidores na mesma intensidade. Você acredita que seria realmente possível os bancos emprestarem às mesmas taxas que utilizam para calcular os juros que pagam aos seus aplicadores?

3) Muitas vezes, passeando por um shopping center, deparamos com alguma loja em promoção. É bastante comum vermos afixados cartazes informando que aquele estabelecimento não cobra juros. O pagamento do item será parcelado, sem nenhum acréscimo. No entanto, caso nossa opção seja por um desembolso único e imediato, receberemos um desconto no valor a pagar pelo produto. Diante disso, podemos considerar que realmente não existem juros nas prestações?

4) Nos períodos de inflação alta, o Brasil utilizou um mecanismo de indexação denominado correção monetária. Com base nas taxas de inflação passadas eram atualizados diversos ativos, visando recompor a fração do capital corroída pela taxa inflacionária. Em caso específico, o da caderneta de poupança, os saldos existentes recebiam o acréscimo da correção monetária e também dos juros. Era comum, então, vermos economistas alertando sobre retiradas superiores aos juros, pois em pouco tempo acabariam com o patrimônio guardado naquela aplicação. Como isso seria possível?

Exercícios Propostos

1) Um cidadão deseja adquirir um bem cujo valor, à vista, é de \$ 80.000,00. Não dispondo dos recursos resolveu comprá-lo totalmente financiado, numa loja que opera com um multiplicador de 197,02 para o prazo de 6 meses (para cada \$ 1.000,00 financiados pela loja, o cidadão terá de pagar 6 prestações mensais de \$ 197,02).

Determinar o valor da prestação mensal desse financiamento, no regime de juros compostos.

R. = \$ 15.761,60

2) Empréstimo, cujo valor do principal é de \$ 100.000,00, foi realizado com a taxa de juros de 36% ao ano, capitalizados trimestralmente, e deverá ser liquidado através pagamento de 12 prestações mensais, iguais e sucessivas, sem entrada.

Determinar o valor dessas prestações mensais

R. = \$ 9.994,85

3) Uma pessoa deseja obter empréstimo para adquirir um automóvel cujo o valor, à vista, é de \$ 25.000,00. Para diminuir o valor das prestações poderá dar uma entrada de \$ 5.000,00 por ocasião da compra.

Determinar o valor das 24 prestações mensais, iguais e sucessivas, para a parte financiada, sabendo-se que a Agência cobra uma taxa de 50% ao ano, capitalizados mensalmente.

R. = \$ 1.334,22

4) Uma pessoa dispõe mensalmente de \$ 1.500,00 para pagar as doze prestações mensais, iguais e sucessivas, relativas ao financiamento de um automóvel, cujo valor, à vista, é de \$ 36.000,00.

Calcular o valor que deve ser dado como sinal, a título de entrada, para que o financiamento seja contratado a taxa de 36% ao ano, capitalizados mensalmente.

R. = \$ 21.068,99

5) Imaginar que, no problema anterior, a pessoa só venha a dispor dos recursos para a entrada, três meses após a realização da compra do automóvel.

Determinar o valor desse pagamento, para que com as doze prestações de \$ 1.500,00, a taxa de juros seja mantida inalterada.

R. \$ 23.022,66

6) Um empréstimo de \$ 100.000,00, deve ser liquidado por 4 prestações trimestrais, iguais e sucessivas.

Determinar o valor dessas prestações para uma taxa de 3% a.m., juros compostos.

R. = \$ 31.051,83

7) Instituição financeira que remunera os seus depósitos com a taxa de 9% a.t., juros compostos recebeu trimestralmente depósitos de um cliente, durante 6 trimestres consecutivos, todos do mesmo valor.

Determinar o valor desses depósitos trimestrais, para que esse cliente possa retirar, dessa instituição financeira, a quantia de \$ 500.000,00., quatro trimestres após a realização do seu último depósito.

R. P = \$ 47.081,86

8) Determinar o valor dos depósitos trimestrais do exercício anterior, na hipótese da taxa de juros a ser alterada para 3% ao mês.

R. = \$ 46.293,99

Bateria de Exercícios

1) Qual o valor atual de um empréstimo a ser pago em 6 prestações mensais de \$ 10.000,00, vencendo-se a primeira a 90 dias do crédito?

Taxa de juros de 8,0% ao mês.

Resp. \$ 39.633,74

2) Um imóvel foi vendido por \$ 250.000,00 de entrada e mais 24 prestações mensais, sendo as 12 primeiras parcelas iguais a \$ 5.000,00 e as restantes (12) de CR\$ 7.500,00. Qual o valor a vista do imóvel, a juros de 5% ao mês.

Resp. \$ 315.553,99

3) Um terreno é vendido por \$ 10.000,00 de entrada e 36 prestações mensais iguais de \$ 5.000,00. Sabendo-se que a taxa de juros corrente no mercado é de 4% ao mês, até que preço vale a pena comprar o terreno a vista?

Resp. \$ 104.541,41

4) Em uma seção de classificados anuncia-se um automóvel por \$ 25.000,00 a vista ou em 4 prestações trimestrais de 7.800,00. Qual é a melhor opção de compra, uma vez que a taxa de juros corrente é de 19% ao ano?

Resp. a vista (\$ 25.000,00 x \$ 28.018,99)

5) Um imóvel foi comprado com entrada de \$ 10.000,00 e dois pagamentos de \$ 5.000,00 a 60 dias e \$ 6.000,00 a 120 dias. Por problemas, a documentação não saiu a tempo, as duas parcelas foram adiadas por 3 meses e passaram a ser de valores iguais. Sabendo que a taxa de contrato era 3% a.m., determine o valor das novas parcelas.

Resp. \$ 6.072,03

- 6) Um imóvel foi comprado em 2 parcelas de pagamento:
1ª de \$ 700.000,00 com vencimento a 60 dias.
2ª de \$ 1.000.000,00 com vencimento a 120 dias.

Após a assinatura, o comprador se vê impossibilitado em pagar a 1ª parcela e, para evitar implicações legais, propõe alterar o contrato para três parcelas trimestrais e iguais. Qual será o valor dessas parcelas, considerando taxa de 10% ao mês.

Resp. \$ 725.062,22

- 7) Certo equipamento no valor de \$ 1.000.000,00 foi financiado em 9 meses à taxa de 5% a.m.:
a) Qual o valor da prestação **Resp. \$ 140.690,08**
b) Como o comprador dispõe do valor (\$ 1.000.000,00) aplicou no mercado financeiro por 9 meses e recebeu \$ 1.482.490,48. Foi vantagem o financiamento? **Resp. Não**

- 8) Um eletrodoméstico, no valor de \$ 5.800,00, foi financiado em 80%, com vinte e quatro prestações mensais e fator 79,679 (para cálculo direto da prestação). Determinar:
a) O valor da prestação **Resp. \$ 369,71**
b) A taxa efetiva mensal **Resp. 6% a. m.**

Obs.: prestação = valor atual x fator (fator está multiplicado por 1.000)

- 9) Imóvel foi adquirido em 2 parcelas de pagamento:
1ª. \$ 600.000,00 a 60 dias da data da compra e
2ª \$ 900.000,00 a 120 dias da data da compra
a) Qual foi o valor a vista da compra?
b) Comprador oferece \$ 250.000,00 de entrada e o saldo em 12 parcelas mensais iguais. Qual o valor da prestação?
Considerar para os itens a taxa de 5% a.m.
Resp. \$ 1.284.649,91 e \$ 116.734,80

10) Equipamento cujo valor a vista é de \$ 1.000.000,00 foi comprado da seguinte forma:
20% de sinal
30% a 90 dias (do valor a vista)

O saldo em 2 parcelas iguais a 180 e 270 dias.

a) Qual o valor do saldo e das parcelas à taxa de juros de 6% a.m.

b) Qual o valor da prestação e a taxa de juros para prazo de 12 meses com fator 118 para refinanciamento total.

Resp. \$ 548.114,22 e \$ 422.647,50

Resp. \$ 118.000,00 e 5,8042% a. m.

11) Loja em promoção tem diferentes planos de financiamentos para um cliente adquirir seu carro “próprio”, sem entrada.

O valor médio do veículo é de \$ 44.500,00. Qual o melhor plano?

a) 24 x \$ 2.918,61

b) 18 x \$ 3.806,80

c) 15 x \$ 4.581,84

d) 12 x \$ 5.602,63

Resp. a

12) Uma loja de aparelhos de som oferece, em campanha publicitária, determinado equipamento em três parcelas de \$ 300,00 com primeiro pagamento vencendo em 90 dias. Qual o valor a vista, com juros de 3% a.m.? **Resp. \$ 799,87**

13) Dívida de \$ 4.000.000,00 será paga em 40 prestações mensais iguais, com juros de 4% ao mês. Qual será o valor da prestação? **Resp. \$ 202.093,96**

14) Quanto deve-se depositar, no início de cada mês em um banco que credita juros de 2% ao mês, para ter-se um saldo final de \$ 3.500,00 ao fim de dois anos? **Resp. \$ 1.127,93**

15) Uma pessoa paga seu automóvel através de financiamento: dez prestações mensais de \$ 500,00 à taxa de 3% a.m., mais entrada de \$ 2.000,00. Qual é o seu valor a vista? **Resp. \$ 4.265,10**

16) Qual a taxa de juros da financeira Golpe do Baú, que deu o fator de 139,65 para 12 meses na aquisição de um automóvel. Qual a prestação resultante na aquisição de um veículo no valor de \$ 35.000,00. **Resp. 9,00% a. m. e \$ 4.887,75**

Testes - 2ª bateria

Veículo no valor de \$ 30.000,00 foi financiado com 20% de entrada e o saldo em 12 meses, com fator de financiamento 189,00.

1) O valor da prestação é: (\$)

- a) 5.760,00
- b) 45.360,00
- c) 4.536,00
- d) 2.500,00

2) A taxa mensal de financiamento no caso anterior é:

- a) 15,57% a.m.
- b) 21,30% a.m.
- c) 12,40% a.m.
- d) 5,29% a.m.

3) Eletrodoméstico no valor de \$ 6.000,00 é vendido em 7 prestações (1 + 6) de \$ 1.367,25. Qual é a taxa de juros do financiamento?

- a) 10,30% a.m.
- b) 13,25% a.m.
- c) 18% a.m.
- d) 19,25% a.m.

4) No caso anterior, qual é o fator de financiamento fornecido:

- a) 227,88
- b) 0,135
- c) 41,13
- d) 1000

5) A taxa de juros de um equipamento, que custa \$ 530.000,00 à vista com 5 pagamentos mensais iguais e vencidos de \$ 150.000,00 é:

- a) 8,30% a.m.
- b) 10,40% a.m.
- c) 12,81% a.m.
- d) 13,84% a.m.

6) Se no caso anterior, o “f.d.p.” do vendedor informar ser, a forma de pagamento, 1 e mais 4, então a taxa seria:

- a) 17,30% a.m.
- b) 21,15% a.m.
- c) 19,38% a.m.
- d) 18,91% a.m.

7) Máquina, no valor de \$ 50.000,00 é vendida em 8 prestações mensais antecipadas, com juros de 3% ao mês. Qual o valor das prestações:

- a) \$ 7.000,12
- b) \$ 6.915,36
- c) \$ 8.235,00
- d) compra em dólar é proibida pelo BC

8) Este microcomputador é vendido em 10 prestações mensais antecipadas de R\$ 183,00 cada uma. Sendo os juros de 8% ao mês, qual é o preço à vista:

- a) \$ 1.639,41
- b) \$ 1.401,21
- c) \$ 1.326,18
- d) \$ 1.227,94

9) Qual o montante de uma aplicação de \$ 10.000,00, durante 7 anos, a juros de 116% ao ano, capitalizados trimestralmente:

- a) \$ 2.193,692
- b) \$ 12.488.546,30
- c) \$ 98.583,60
- d) \$ 9.581.060,80

10) Calcular o valor atual, à taxa de 135% ao ano, de \$ 200.000,00 disponível ao fim de 4 anos:

- a) \$ 1.500,00
- b) \$ 3.227,84
- c) \$ 6.557,81
- d) \$ 25.408,02

11) Qual o tempo necessário para o capital de \$ 2.500.000,00 produza o montante de \$ 5.190.400,00, a taxa de 22% ao ano, com capitalização semestral:

- a) 4 anos
- b) 4 anos e 6 meses
- c) 3 anos e 6 meses
- d) 5 anos

12) Durante quanto tempo \$ 2.500.000,00 produzem \$ 1.200.000,00 de juros aplicados à taxa de 24% ao ano, capitalizados semestralmente:

- a) 2 anos, 2 meses, 21 dias
- b) 1 ano, 8 meses, 23 dias
- c) 3 anos
- d) N.D.A.

13) Qual a taxa efetiva de juros equivalente a 20% ao ano, capitalizado trimestralmente:

- a) 21,66% a.a.
- b) 22,22% a.a.
- c) 22% a.a.
- d) 21,55% a.a.

14) Calcular a taxa efetiva anual equivalente à taxa nominal de 9% ao ano, conversível 6 vezes ao ano:

- a) 9,34% a.a.
- b) 9,18% a.a.
- c) 10% a.a.
- d) O mestre continua “lelé”

15) Qual o montante do capital de \$ 10.000,00, em juros compostos, à taxa nominal de 110% ao ano, capitalizados semestralmente, ao fim de 9 meses e meio.

- a) \$ 19.297,34
- b) \$ 20.015,13
- c) \$ 12.311,34
- d) \$ 41.333,51

16) O capital de \$ 500.000,00, colocado à taxa de 5,5% ao mês, capitalizado mensalmente, eleva-se ao fim de certo tempo a \$ 901.046,00. Calcule esse tempo:

- a) 10 meses
- b) 11 meses
- c) 12 meses
- d) N.D.A.

RESPOSTAS

1 - c	5 - c	9 - b	13 - d
2 - a	6 - b	10 - c	14 - a
3 - d	7 - b	11 - c	15 - b
4 - a	8 - c	12 - b	16 - b

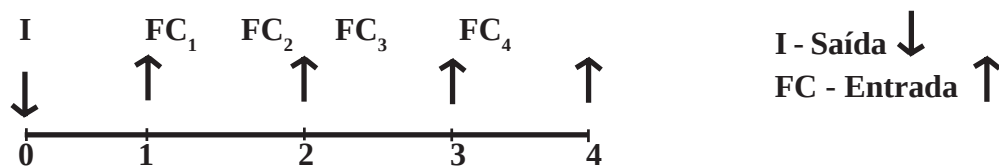
“Se quiseres ser rico não aprenda só o modo de ganhar, aprenda, também, o modo de administrar tua riqueza” Benjamin Franklin

ANÁLISE ECONÔMICA DE INVESTIMENTOS - INTRODUÇÃO

As séries de capitais, até agora, não tiveram nenhum capital na data 0. Em algumas operações, existe capital na data 0 da série, como no caso do fluxo de caixa de um investimento.

O valor presente líquido (NPV) será, na data 0, o resultado da diferença entre *entradas* e *saídas* (Receitas menos Despesas) do fluxo de caixa analisado.

Fluxo de Caixa



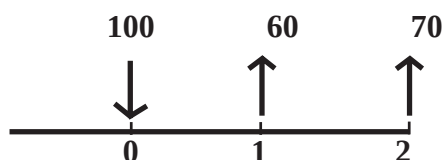
1) VALOR PRESENTE LÍQUIDO (NPV)

Líquido = Entrada - Saída ► Na data zero

$$NPV = -I + FC_1 v^1 + FC_2 v^2 + FC_3 v^3 + \dots$$

a) $NPV > 0$ Entradas > Saída Projeto Viável

b) $NPV < 0$ Saída > Entrada Projeto Inviável

Exemplo

$$VPL = -100 + 60v^1 + 70v^2$$

$$= -100 + \frac{60}{(1+i)} + \frac{70}{(1+i)^2}$$

Considerando:

TAXA%	NPV
15	5,10 Viável
20	-1,39 Inviável

2) TAXA INTERNA DE RETORNO (IRR)

A Taxa Interna de Retorno (TIR) será, na data 0, aquela taxa que irá *zerar* o NPV, isto é:
Entradas menos Saídas = zero.

Taxa ► Entrada = Saída

No exemplo : $-100 + \frac{60}{(1+r)} + \frac{70}{(1+r)^2} = 0$

Se $\frac{1}{1+r} = x \Rightarrow 70x^2 + 60x - 100 = 0$ $\begin{cases} x_1 = 1,70 \text{ n/c} \\ x_2 = 0,84 \end{cases}$

Obs.: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Então: $1 + r = \frac{1}{0,84} = 0,19 \Rightarrow r = 18,88\%$

FLUXO DE CAIXA (*CASH FLOW*)

TECLAS

CF_0

VALOR NA
DATA
ZERO

CF_j

VALORES NOS
DEMAIS
PERÍODOS

N_j

VALORES REPETIDOS
QUANDO SÃO IGUAIS E
PERÍODO CONSECUTIVO

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO ECONÔMICA

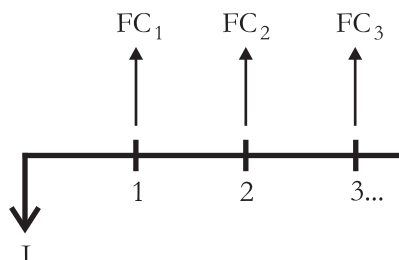
É o conjunto de métodos de seleção e avaliação de alternativas de emprego de capital.

Métodos Exatos

- a) Valor Atual
- b) Taxa Interna de Retorno

I. N.P.V. – Net Present Value (*Valor Presente Líquido*)

É uma técnica de análise de fluxos de caixa que consiste em calcular o valor presente de uma série de pagamentos a uma taxa conhecida e deduzir, deste, o valor do fluxo inicial (*empréstimo, financiamento ou investimento*).



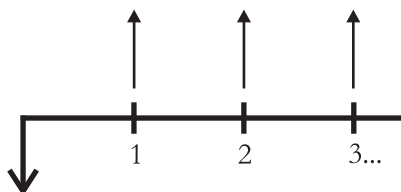
SE: $NPV \geq 0$ (*viável*)
 $NPV < 0$ (*inviável*)

onde i = taxa de atratividade

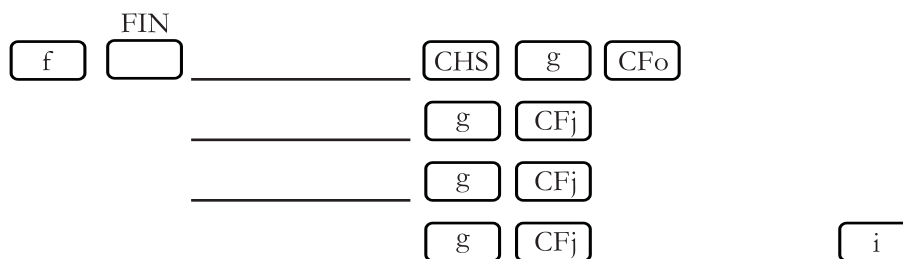
EXEMPLO

Um empréstimo de \$ 2.000.000,00 será pago em 3 prestações mensais e sucessivas de \$ 1.100.000,00, \$ 600.000,00 e \$ 900.000,00. Com a taxa de 1,5% ao mês, calcule o NPV.

a) esquematicamente



b) na calculadora HP-12C:



Aperte [f] [NPV] [PV] []
Resultado NPV

EXERCÍCIO

1) Determine o valor à Vista (valor atual) de um produto, considerando taxa de juros em 1,00% ao mês.

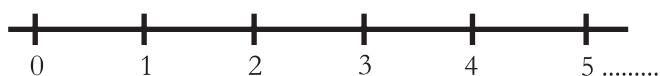
Entrada – \$ 25.000,00
30 e 60 dias – \$ 5.000,00

12 parcelas mensais iguais – \$ 1.500,00

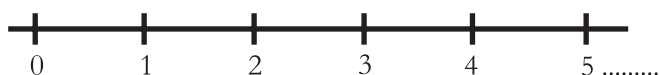


2) Considerando taxa de juros em 1,00% ao mês, qual dos dois imóveis tem melhor preço à Vista?

a)	Entrada	\$ 17.110,00
	30/60/90 dias	\$ 5.700,00
	24 x iguais	\$ 4.650,00
	Total	\$ 145.810,00



b)	Entrada	\$ 12.975,02
	36 x iguais	\$ 3.996,13 (a partir do mês 4)
	Total	\$ 156.835,70



Exercícios

1) Calcule o valor atual dos fluxos

a)

↓	↑	↑	↑
10	10	12	13
0	1	2	3

 $i = 30\% \text{ a.p.} \quad R = 10,71$

b)

↓	↑	↓	↑
100	80	100	150
0	1	2	3

 $i = 25\% \text{ a.p.} \quad R = -23,20$

c)

↓	↑	↑	↑	↑	↑
80	60	60	70	80	90
0	1	2	3	4	5

 $i = 20\% \text{ a.p.}$ $R = 126,93$

2) Compare os investimentos, calculando o NPV

PRAZO	A \$	B \$
0	(200)	(150)
1	60	40
2	60	40
3	60	60
4	60	60
5	60	70
6	60	70

TAXAS	NPVA	NPVB
0		
5		
10		
15		
20		
25		
30		

3) Determine a IRR (TIR = Taxa Interna de Retorno)

a)

↓	↑	↑
150	90	100
0	1	2

 $R = 16,99\% \text{ a.p.}$

b)

↓	↑	↑
1000	1000	1200
0	1	2

 $R = 70,42\% \text{ a.p.}$

INFLAÇÃO

INFLAÇÃO

1. Introdução

A inflação, fenômeno bem conhecido de todos nós, implica no persistente aumento dos preços de bens e serviços. Tecnicamente, consiste no crescimento imotivado dos meios de pagamento, isto é: o aumento do meio circulante (quantidade de moeda), sem o correspondente aumento de produção (de riqueza ou capital).

As causas da inflação, que podem ser inúmeras (por exemplo: taxas de juros elevadas, aumento arbitrário de preços, escassez repentina de determinados produtos, etc.), não é objeto deste trabalho. O regime de inflação, que tem caracterizado a economia brasileira, faz com que a taxa de juros praticada no mercado financeiro deixe de representar a verdadeira remuneração do capital, na medida em que o valor nominal de um montante opõe-se o decréscimo do seu poder de compra. Portanto, com a inflação todos os custos se elevam e o poder aquisitivo decresce.

Logo, em qualquer operação financeira é necessária a determinação de rendimento real do capital aplicado.

2. A medida da Inflação

Considere um produto, que, no instante inicial 0 (época base) tenha um preço P_0 (100), e no instante 1 tenha preço P_1 (140).

O índice de custo de vida para esse produto é 1,4. Se for feita uma composição de diversos produtos (cestas que servem como base de cálculo), tem-se os chamados índices de custo de vida, ou índice de preços ao consumidor (IPC), medidos por órgãos oficiais do governo federal.

Obs.: Da mesma forma que a temperatura pode ser medida pelas escalas Celsius (°C) e Fahrenheit (°F), a inflação pode ser pesquisada de diferentes formas, que variam da metodologia em si aos locais de coleta de preços, ao perfil de consumo e renda das famílias escolhidas. É comum, hoje em dia, você receber índices pesquisados por várias entidades, por exemplo: IBGE, FIPE (Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas - USP), Dieese (Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Sócio-Econômicos), FGV-Rio (Fundação Getúlio Vargas).

3. A taxa de Inflação

Considando P_0 o preço inicial do conjunto de bens e serviços, a uma taxa de inflação d no final do período, o preço será P_1 , tal que:

$$P_1 = P_0 + x \quad \leftrightarrow \quad \text{Aumento em \$ correspondente a inflação}$$

Algebricamente

$$P_1 = P_0 + P_0 \cdot d$$

$$P_1 = P_0 (1+d)$$

no exemplo citado:

$$P_0 = 100$$

$$P_1 = 140 \quad \rightarrow \quad \text{aumento de 40\%}$$

portanto:

$$140 = 100 (1+d)$$

$$1,4 = 1 + d \quad \rightarrow \quad d = 40\%$$

Se no decorrer de n períodos a inflação mantiver-se constante, o preço inicial P_0 será elevado a

$$P_1 = P_0 (1+d)^n$$

→ O sistema de juros compostos é o ideal para medir a inflação.

Exemplo:

Em determinado trimestre, as taxas mensais de inflação foram: 12%; 9,5%; 7%. Qual a taxa trimestral equivalente?

$$\text{no 1º mês: } P_1 = P_0 (1,12)$$

$$\text{no 2º mês: } P_2 = P_1 (1,095)$$

$$\text{no 3º mês: } P_3 = P_2 (1,07)$$

Portanto, sendo o regime de capitalização composta a melhor forma de medida da inflação, tem-se:

$$d_T = d_1 \cdot d_2 \cdot d_3$$

$$d_T = (1,12) (1,095) (1,07)$$

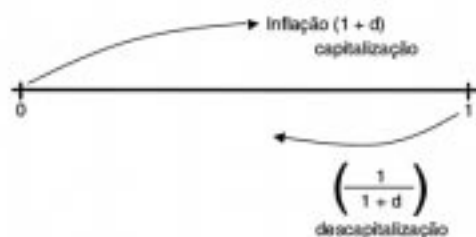
$$d_T = 1,3123\% \text{ ao trimestre ou } 31,22\% \text{ a. t.}$$

IMPORTANTE: perceba que não é: $12 + 9 + 7 = 28\%$

4. Taxa de desvalorização (D)

Com a ocorrência da inflação o poder de compra fica diminuído ou desvalorizado.

Na medida em que os preços foram aumentados em $(1 + d)$, equivale a dizer que a moeda teve seu valor reduzido para $(1/(1 + d))$ do seu valor inicial, ou seja:



então, a desvalorização é dada por $D = 1 - \frac{1}{1 + d}$

ou seja a Desvalorização é complementar do Valor Atual da Moeda. (Nunca maior do que 100%, pois o valor descapitalizado não pode ser inferior a zero).

Exemplo:

Se no período a taxa de inflação foi 40%, então:

$$D = 1 - 1 / 1 + d = 1 - 1 / 1,40$$

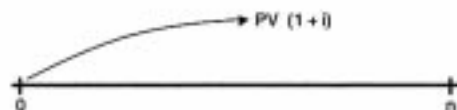
$$D = 1 - 0,7143 = 0,2857 = 28,57\%$$

o poder de compra
ficou reduzido a 71,43%
do seu valor inicial

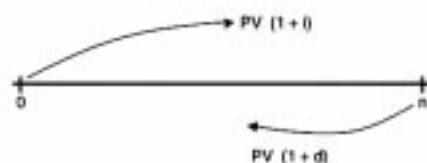
taxa de
desvalorização

5. Taxa de Juros Real

Se em determinado período um capital "PV" é aplicado à taxa de juros "i", então:



Sendo "d" a taxa de inflação no mesmo período, logo o valor da aplicação fica reduzido:



Da composição dos dois valores, à mesma data de referência (por exemplo, data inicial "0"), a igualdade se verificará quando:

$$PV(1+i) = PV(1+d)(1+r)$$

$\swarrow$
 valor necessário para
 recompor a perda devida
 à inflação

$$\text{então: } 1+i = (1+d)(1+r) \Rightarrow \frac{1+i}{1+d} - 1$$

Observação:

Abrindo-se a relação:

$$1+r = 1+i / 1+d, \text{ tem-se}$$

$$i = d + r + r \cdot d$$

$\swarrow$ taxa de juros corrente $\swarrow$ taxa de inflação $\swarrow$ taxa de juros real $\swarrow$ efeito da taxa de juros real sobre a inflação

Exemplo:

Um capital foi aplicado por 90 dias à taxa de juros de 43% no período. A inflação no trimestre, foi 48%. Qual a taxa real de juros da aplicação?

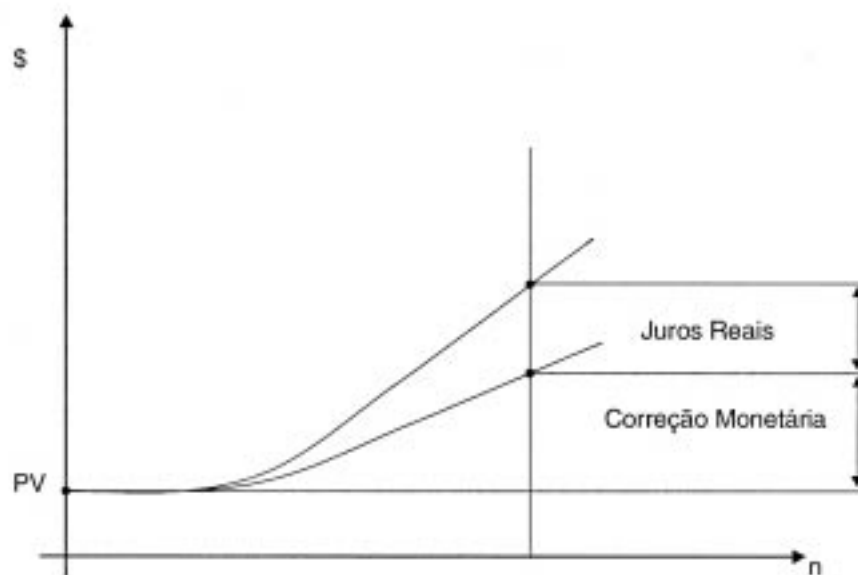
pela relação: $1+r = 1+i / 1+d = 1,43 / 1,48 = 0,966$

portanto: $r = 0,966 - 1 = -0,034$

$$r = -3,34\%$$

$\swarrow$
 taxa real negativa, uma
 vez que no período, a
 taxa de inflação foi maior
 do a taxa de aplicação

Graficamente:



EXERCÍCIO DE APLICAÇÃO

1) A taxa de juros para aplicações de curto e médio prazo, em um banco, é de 40% a.a. Que remuneração real recebe o cliente, se a inflação for:

- a) 38% a.a.
- b) 45% a.a.

2) Calcular a taxa nominal que deve cobrar uma financeira para que ganhe 8% a.a. de juros reais, com inflação em:

- a) 5% a.a.
- b) 26% a.a.

1) Financiamento, cujo valor do capital é de \$ 100.000,00, será liquidado em 10 prestações mensais, iguais e sucessivas, com taxa de 2,5% a.m.

Determinar o valor dessas prestações:

a) Primeira prestação no ato da liberação do financiamento, a título de entrada

b) Primeira prestação deve ser paga 4 meses após a liberação do empréstimo

Resp. \$ 11.147,20 e \$ 12.304,42

2) Banco financia 80% do valor a vista de qualquer equipamento, cobrando juros de 4,3% ao mês. Um cliente deseja comprar uma máquina no valor de \$ 250.000,00 e, portanto, pode candidatar-se a um financiamento de \$ 200.000,00. Determinar o valor da prestação mensal para 12 meses.

Resp. \$ 21.683,02

3) Qual a melhor proposta para a compra de um terreno, considerando juros de 2% a.m. e entrada de \$ 125.000,00.

a) 12 parcelas mensais de \$ 8.000,00 e mais 2 semestrais intermediárias de \$ 19.100,00;

b) 8 parcelas mensais de \$ 30.000,00 e mais 3 trimestrais iguais de \$ 4.000,00

Resp. melhor a primeira (\$ 241.623,20 x \$ 355.432,64)

4) Uma aplicação diária rendendo 0,55% por dia útil equivale a que taxas para:

a) 22 dias úteis?

b) 5 dias úteis?

c) 264 dias úteis?

Resp. 12,83% a 22 dias; 2,78% a 5 dias; 325,47% a 264 dias

5) Aplique \$ 500,00 hoje e receba \$ 300,00 após 6 meses e \$ 324,54 após um ano.

Determine a TIR (semestral e mensal)

Resp. 15,97% a. s. e 2,50% a. m.

6) São duas as possibilidades para investir \$ 300.000,00, com taxa de juros em 15% ao ano, receber:

a) \$ 90.000,00 (anualmente) durante os próximos 5 anos

b) \$ 420.000,00 após 2 anos

Você decide!

Resp. melhor b (\$ 317.580,34 x \$ 301.693,96)

7) (Este problema é você ... amanhã) Um indivíduo resolve, aos 45 anos, fazer um pecúlio (reserva de \$ para uso no futuro), depositando durante 20 anos e, a partir daí (65 anos) receber o valor de \$ 3.000,00/mês, durante 15 anos.

Considerando taxa atuarial de 6% ano ano, determine o depósito mensal a ser feito a partir de hoje (até a idade de 65 anos). **Resp. \$ 792,07 por mês**

8) Calcule o montante para as aplicações abaixo:

Capital Aplicado	Taxa	Prazo	
a) \$ 200.000,00	25,80% a.a.	2 anos	Resp. \$ 316.512,80
b) \$ 65.000,00	4,5% a.m.	6 meses	Resp. \$ 84.646,91
c) \$ 35.000,00	0,155% a.d	30 dias	Resp. \$ 36.664,61

9. Qual o capital que será necessário aplicar hoje em uma caderneta de poupança para que você possa sacar mensalmente \$ 1.500,00 durante 10 anos, sabendo que a poupança paga uma taxa real de juros de 0,5% a.m?

Resp.: \$ 135.110,18

10. Você foi contemplado com uma viagem para Nova Iorque onde estagiará, por 4 meses. Querendo que seu filho possa sacar \$1.000,00, a cada mês, durante o período de sua ausência, qual o valor que você deve depositar hoje numa aplicação que rende 1% ao mês?

Resp.: \$ 3.901,77

11. Você percebeu que comprar ações é um excelente negócio. Não dispondo de recursos, no momento, e aproveitando a cotação favorável, decidiu efetuar um empréstimo para adquiri-las. O valor de aquisição das ações é de \$ 3.901,97. Qual é o valor do empréstimo que você pagara em 4 parcelas mensais, à taxa de juros de 1% ao mês.

Resp.: \$ 1.000,00

12. Você aplicou \$1.000,00 numa caderneta de poupança, há um ano. Hoje o saldo dessa aplicação é de \$ 1.180,00. qual é a taxa efetiva?

Resp.: A taxa efetiva de 18%aa.

13. Sabendo que a taxa de juros real da poupança é de 0,5% a.m. e supondo que a TR de janeiro de 2004 seja de 0,2350%, calcule a taxa nominal

Resp.: 0,7362% a.m.

14. Uma loja cobra a taxa de juros de 4% a.m. em seus financiamentos, se a taxa de inflação for de 1% a.m., qual será a taxa de juros real cobrada pela loja?

Resp.: 2,97% a.m.

15. Você está precisando de \$ 1.000,00 para comprar varas de pesca e coletes salva-vidas para suas próximas férias. Dispondo de \$ 950,00 e sabendo que as suas férias serão daqui a 3 meses, será possível adquirir todo o equipamento necessário, se o seu capital for aplicado à taxa de 2,23% ao mês?

Resp.: Sim, você obterá \$ 1.014,98.

16. Sabendo que você é um profundo conhecedor de matemática financeira, um amigo o procurou pedindo para que você calculasse o valor pelo qual uma dívida de \$2.050,00, contraída há 60 dias, à taxa de 5,50% ao mês, deve ser quitada. Que resposta você deu ao amigo?

Resp.: \$ 2.281,70

17. Um amigo deseja obter \$ 4.680,00 dentro de seis meses. Quanto deverá aplicar hoje, à taxa de 2,197% ao trimestre?

Resp.: \$ 4.480,94

18. Dada a taxa de 18,30% a.a. Qual a trimestral?

Resp.: 4,29% a.t.

19. Daqui a 3 semestres você vai se formar e pretende dar uma grande festa a seus parentes e amigos. Estimando que essa festa lhe custará \$ 10.520,00 e que você conseguirá aplicar seu dinheiro a taxa de 3,5% a.m., quanto você deve investir hoje?

Resp.: \$ 6.961,96

20. Uma duplicata no valor de \$ 2.000,00 foi descontada 21 dias antes do seu vencimento, e a taxa de desconto cobrada pelo banco foi de 4% a.m. Calcular.

a) Valor de Desconto - Resp.: \$ 56,00

b) Valor Líquido – Resp.: \$ 1.944,00

c) Taxa de juros do período - Resp.: taxa 2,88% a 21 dias

d) Taxa de juros mensal – Resp.: 4,12% ao mês.

21. Suponha que uma loja venda um videocassete com pagamento para 30 dias por \$ 280,00 e à vista por \$ 250,00. Calcule a taxa de juros e a taxa de desconto.

Resp.: $i = 12\%$ a.m e $d = 10,71\%$ a.m.

22. Um cliente procurou o Banco para descontar uma duplicata no valor de \$ 900,00. O título vence daqui a 35 dias, e a taxa de desconto é de 5% a.m. Qual a taxa de juros dessa operação.

Resp.: $i = 6,19\%$ ao período de 35 dias

23. Uma duplicata no valor de \$ 700,00, com vencimento para 60 dias, foi descontada à taxa de 3% a.m. Calcule a taxa de juros dessa operação.

Resp.: $i = 6,38\%$ ao bimestre

24. Sabendo que um título de \$ 1.250,00 foi descontado e que o valor do desconto foi de \$ 45,00, calcule a taxa de desconto utilizada pelo Banco.

Resp.: $d = 3,60\%$ ao período

25. Calcule o montante (FV), considerando:

PV = \$ 1.800,00

$i = 13,85\%$ a.m.

$n = 1$ semestre

Resp.: \$ 3.919,86

26. Dada a taxa 0,109% a.d. Qual a mensal?

Resp.: $i = 3,32\%$ a.m.

27. Dada a taxa 22,41% a.a. Qual a taxa para o período de 32 dias?

Resp.: 1,81% a 32 dias

28. Qual a taxa anual equivalente a uma taxa de 5% a.m?

Resp.: 79,50% a.a.

29. Quanto se deve aplicar hoje, a uma taxa efetiva de 1,53% a.m. para se obter \$ 10.000,00 daqui a 45 dias?

Resp.: \$ 9.774,81

30. Considerando a seguinte operação de desconto, calcule o valor a ser creditado na conta-corrente do cliente: Valor da duplicata: \$ 17.000,00; Taxa de desconto: 4,20% a.m. Prazo: 45 dias.

Resp.: \$ 15.929,00

31. Calcule a taxa real de rendimento de uma aplicação que rendeu 27% no período de 12 meses, sabendo-se que no mesmo período a taxa de inflação ficou em torno de 9%.

Resp.: taxa real em 16,51% a.p. (12m)

32. Certo cliente deseja fazer uma aplicação financeira no valor de \$ 15.000,00 e pretende resgatar depois de 32 dias. Sabendo-se que a taxa anual dessa aplicação corresponde a 18,5% a.a., calcule o valor futuro.

Resp.: \$ 15.228,04

33. Calcule o valor de resgate, onde $PV = \$ 5.800,00$; $i = 5.20\%$ a.m. e $n = 45$ dias.

Resp. \$ 6.258,23

34. Qual valor deve ser aplicado para obter-se o montante de \$ 3.217,94, pelo prazo de 43 dias, com taxa de 1,5% a.m?

Resp.: \$ 3.150,00

35. Uma aplicação por 45 dias rendeu juros correspondentes à taxa de 5,3233%. Determine a taxa equivalente mensal dessa aplicação.

Resp.: taxa 3,52% a.m.

36. Calcule a taxa de juros do período, na seguinte operação de desconto:

Valor do título: \$ 32.000,00

Taxa de desconto: 4,5% a.m.

Prazo de vencimento do título: 45 dias

Resp.: taxa $d = 7,24\%$ a.p.

37. Um empréstimo de \$ 2.500,00 foi financiado em 6 parcelas mensais iguais e postecipadas. Se a taxa de financiamento é de 3,15% ao mês, calcule o valor das parcelas.

Resp.: $A = \$ 463,79$

38. O devedor concordou em pagar o empréstimo de \$ 15.000,00 em 7 parcelas iguais e mensais, sendo o pagamento da primeira parcela no final do primeiro mês, após a data da compra. Pede-se calcular o valor das parcelas considerando uma taxa de juros igual a 4,85% a.m.

Resp.: $A = \$ 2.578,22$

39. Um forno elétrico no valor de \$ 8.000,00 está sendo oferecido em venda a prazo com 15% de entrada mais 5 parcelas iguais e mensais, com vencimento a cada 30 dias da data da compra. Se o valor de cada parcela é de \$ 154,21, qual o valor da taxa de financiamento?

Resp.: 4,34% ao mês.

40. Programa de financiamento para profissionais liberais oferece microcomputador no valor de \$ 2.560,00 à vista, em 24 parcelas mensais com taxa de 1,2445% a.m. Determine o valor de cada prestação.

Resp.: $PMT = \$ 124,05$.

41. (Adaptado da revista Veja – 08/03/02) você vai ter um filho claro! E, como quer para ele um belo futuro, você almeja que, quando ele completar 18 anos, você possa lhe dar:

- a. O pagamento garantido de um curso de Direito numa faculdade de bom nível (valor: 12 mensalidades de \$ 550,00 por 5 anos) Resp. \$ 32,63
 - b. Um automóvel tipo popular no valor de \$ 12.500,00. Resp.: \$ 16,44
 - c. Um curso de Inglês nos USA, por 6 meses, com passagem e hospedagem inclusas, e que custa \$ 20.000,00. Resp.: \$ 26,39
 - d. Um apartamento de 2 dormitórios, num bairro classe média da capital, no valor de \$ 70.000,00, à vista. Resp.: \$ 92,37
 - e. Uma mesada de \$ 500,00 para o filhão, durante os 5 anos da faculdade. Resp.: \$ 29,66
- Determine que poupança mensal será necessária para satisfazer cada alternativa.

42. Sua empresa coleta cotações dos fornecedores pela internet e efetua um leilão invertido: leva o pedido ao fornecedor que oferece mais (melhor qualidade e menor prazo de entrega) por menos (menor preço e melhores condições de pagamento). Para um determinado item de compra, 4 fornecedores oferecem a qualidade e o prazo de entrega requeridos, porém, com as seguintes ofertas e condição de pagamento:

- a. \$ 28,10 para 30/60 dias (em 2x)
- b. \$ 27,00 a 14 dias
- c. \$ 28,20 para 30/60/90 dias (em 3x)
- d. \$ 27,60 a 30 dias

Sua empresa considera uma taxa de 2,85% a.m. Então, classifique os fornecedores na ordem do melhor preço e condição de pagamento.

Resp.: BCDA

43. Uma loja oferece um microcomputador por \$ 4.280,00, a ser pago em 4 parcelas, a saber:

- a. Considerando que a taxa média de juros para esse tipo de bem é de 7% a.m., qual o valor real estimado para esse microcomputador, na data de hoje? Resp.: \$ 3.878,02
- b. Com base nesse valor efetivo calculado no item anterior, e a mesma taxa de juros, quanto você estaria disposto a pagar pelo mesmo micro num plano de alternativo sem estrada e com um único pagamento daqui a 30 dias? Resp.: \$ 4.149,48

44. Você comprou um terreno, pagando um sinal de \$ 8.000,00 e mais três parcelas trimestrais consecutivas equivalentes, respectivamente, a \$ 5.500,00, \$ 4.500,00 e \$ 6.000,00.

- a. Considerando uma taxa de juros de 7% a.t., quanto seria o valor mínimo esperado para vender o terreno à vista, quando você liquidar a última parcela? Resp.: \$ 21.968,45
- b. Quanto deveria ser pedido pelo terreno, se a negociação ocorresse na data de pagamento da primeira parcela (90 dias da compra)? \$ 23.506,24

45. Você deixou seus recursos, por um ano, no banco ABC. No primeiro trimestre ganhou 9% a.t., no segundo trimestre e 10% a.t., no terceiro 11% a.t. e no último 12% a.t.

- a. Considerando o conceito de juros compostos, que taxa de juros mensal poderia gerar, no mesmo prazo, um montante equivalente? Resp.: 3,38% a.m.
- b. Se você desejasse uma aplicação de capitalização composta quadrimestral, quanto deveria ser exigido de taxa para obter o mesmo montante? Resp.: 14,23% a.q.

46. João contraiu um empréstimo de \$ 1.732,00 para ser pago daqui a 7 meses, a juros de 12% a.m. quanto deverá ser pago no vencimento:

Resp.: \$ 3.828,90

47. Pedro aplicou \$ 7.212,00 numa Caderneta de Poupança que rende 8,5% a.m. Quanto poderá sacar daqui a 2 meses?

Resp.: \$ 8.490,15

48. Vanessa comprou uma calculadora cujo preço à vista era de \$ 300,00. Como não possuía esse montante, resolveu pagar a prazo, através de um plano de 10 (1+ 9) prestações mensais iguais e consecutivas, a juros de 7% a.m. Qual o valor das mensalidades?

Resp.: \$ 39,92

49. Tatiana aplica \$ 39.000,00 em uma Caderneta de Poupança que paga juros de 6,33% a.m. Para poder retirar esse valor em 12 parcelas iguais durante o ano, qual será o valor do saque mensal?

Resp.: \$ 4.736,33

50. Uma empresa ingressa na Justiça, movendo ação de perdas e danos. Se essa Causa for perdida, terá que pagar, em 48 horas, a importância de \$ 157.200,00, em moeda de hoje. Para se precaver, resolve depositar uma certa quantia em um fundo de Investimento, que rende 12,33% a.a., Sabendo-se que esse Processo demora no mínimo 2,5 anos, quanto a empresa deverá depositar hoje no Fundo? O valor de \$ 157.200,00 é atualizado pela mesma taxa.

Resp.: \$ 117.547,43

51. Marta pagou, através de Cartão de Crédito, a quantia de \$ 1.850,00, referente à compra de um sofá, realizada há 45 dias atrás. Sabendo-se que o custo do dinheiro foi de 9,3% a.m., por quanto poderia ter saído o sofá, se comprado à vista?

Resp.: \$ 1.618,98

52. Quando nasceu Flavia, seu pai resolveu depositar, todo mês de dezembro, certa quantia em dinheiro, de tal modo que tivesse, ao se casar com 25 anos, uma reserva de \$ 500.000,00, a valores de hoje. Se o dinheiro pode ser aplicado a 11% a.a., de quanto deverão ser os depósitos anuais, a valores de hoje?

Resp.: \$ 4.370,12.

53. Uma empresa realiza uma compra para ser faturada em 30/60/90 ddl. Cada parcela vale \$1 milhão. Se o custo do dinheiro é de 15% a.m. qual deveria ser o valor da compra para pagamento à vista?

Resp.: \$ 2.283,225,12

54. Uma mercadoria pode ser paga à vista com \$ 70.000,00, ou em 5 parcelas mensais postecipadas de \$ 20.000,00. qual o juro cobrado?

Resp.: 13,20% a.m.

55. No caso anterior, se o pagamento fosse 1 + 4 parcelas de \$ 20.000,00, qual teria sido a taxa cobrada?

Resp.: 21,69% a.m.

56. Um empréstimo de \$ 70,00 foi liquidado em uma única parcela de \$ 103,00, a juros de 7% a.m. qual o prazo decorrido?

Resp.: 172 dias

57. Mensalmente, foi aplicado \$ 49,00 em um Fundo, durante 27 meses, fornecendo ao final um saldo de \$ 3.250,00. Qual a rentabilidade mensal desse fundo?

Resp.: 6,26% a.m.

58. Um lote de ações foi adquirido por \$ 172,00 e vendido 52 dias depois por \$ 232,00. qual a lucratividade mensal dessa operação?

Resp.: 18,8% a.m.

59. A taxa de câmbio do dólar em 7/10 era de 7,865 e em 16/11 de 9,195. Qual a correção cambial média mensal nesse período?

Resp.: 9% a.m.

60. Em fev/86, a taxa de juros do cheque especial em um Banco era de 238% a.a., capitalizada diariamente pela taxa nominal, à qual deveria ser acrescido o IOF de 0,0041% a.d. Qual a taxa anual paga pelo correntista?

Resp.: 1024,56% a.a. efetiva

61. Na Idade Média, era comum determinar a taxa de juros a ser cobrada em um empréstimo em função do prazo desejado pelo capitalista para dobrar o principal. A formula utilizada era:

Prazo para duplicação = $73 / \text{Taxa de juros em \%}$ (conhecida como Regra dos 73 ou Bankers Rule). Por exemplo, para dobrar o capital em 6 meses, a taxa a ser cobrada deve ser de $73/6 = 12,2\%$ a.m. Verifique a validade da regra neste exemplo, utilizando a fórmula de juros compostos.

Resp.: 12,25% a.m., razoável.

62. Você diretor financeiro da IMES INC., tem sobra de caixa na ordem de \$ 3.000.000,00 por algum tempo. Determine e justifique a alternativa mais atraente.

A) aplicar em renda fixa que proporcionará, ao final de 183 dias, rendimento líquido de \$ 161.890,00;

B) aplicar em caderneta de poupança que rende 0,91% ao mês.

C) fundo DI com taxa em 13,9590% ao ano.

Resp.: C

63. Considerando-se taxa em 6% ao ano, calcule o valor mensal a ser depositado, a partir de hoje, durante 28 anos, de modo a permitir a formação de uma poupança de \$ 530.000,00 (após os 28 anos).

Resp.: \$ 624,39

64. Determine:

a. após quantos meses, considerando taxa em 16,0755% ao ano, aplicando \$ 15.000,00 você recebe \$ 5.300,00 de rendimentos?

Resp.: 24m 10 d.

b. Aumento de 7,41% mais 2,03% de produtividade reajustará o salário de \$ 1.490,00 para quanto?

Resp.: \$ 1.632,90

65. Financeira empresta 85% do valor a vista de qualquer equipamento, com juros em 4,95% ao mês. Você deseja comprar máquina agrícola no valor de \$ 800.000,00. Determinar o valor da prestação mensal para (1+15) pagamentos.

Resp.: \$ 59.571,64

66. Determinada loja de departamento negociou a compra de 15.000 brindes ao preço unitário de \$ 6,12 para pagamento contra-entrega (a vista).

Para faturar em até 40 dias o valor passa a \$ 6,38. Sabendo que o custo do dinheiro, para a loja, é de 2,4% ao mês, determine a condição mais favorável de compra.

Resp.: pagamento a vista

67. Um capital de \$ 3.100,00 rende \$ 4.300,00 de juros em 8 meses. determine as taxas anual e semestral de remuneração.

Resp.: 268,81% a.a. e 92,04% a.s.

68. Determinada operação comercial foi feita com taxa de desconto em 5,9% ao mês. No desconto de duplicatas, com prazo médio de 46 dias, determine a taxa de juros correspondente.

Resp.: 9,95% ao período (46 dias)

69. Aplicação de \$ 78.600,00 feita em renda fixa, por 65 dias com taxa bruta de juros anual em 21,43%aa. O imposto de renda é de 12% sobre o ganho de capital. Determine:

A) o valor do resgate – Resp.: \$ 81.404,44

B) o valor a ser pago de IR – Resp.: \$ 336,53

C) a taxa líquida da aplicação, ao ano e ao mês. – Resp.: 1,44% a.m e 18,68% a.a.

70. Determine as taxas mensal e anual, equivalente a 9,89165% ao semestre.

Resp.: 1,58% a.m. e 20,76% a.a.

71. Empréstimo de \$ 450.000,00 foi acertado com taxa de 151,2580% ao ano, para pagamento único na data 8 meses.

Após 195 dias da data do empréstimo, a empresa resolve antecipar o pagamento do empréstimo, recebendo da instituição financeira a informação de que o valor a ser pago é \$ 745.058,09.

Determine:

A) o valor a ser pago na data 8 meses – Resp.: \$ 831.685,47

B) a taxa de juros anual, no caso da antecipação do pagamento da dívida – Resp.: 141,07% a.a.

C) é ou não vantagem antecipar o pagamento? Por que? – Resp.: Não, melhor esperar vencimento inicial do empréstimo – taxa final, com antecipação (153,67% a.a.) superior a taxa inicialmente proposta.

72. Aplicando \$ 39.000,00 com taxa de juros em 2,73% ao mês, após quantos dias você receberá \$ 4.310,00 de rendimento?

Resp.: 117 dias

ANEXO I

SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO

SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS E FINANCIAMENTOS (PRICE E SAC)

Os sistemas de amortização são desenvolvidos basicamente para operações de empréstimos e financiamentos de longo prazo, envolvendo desembolsos periódicos do principal e encargos financeiros.

Existem diversas maneiras de se amortizar uma dívida, devendo as condições de cada operação estarem estabelecidas em contrato firmado entre o credor (mutuante) e o devedor (mutuário).

Uma característica fundamental dos sistemas de amortização a serem estudados neste capítulo é a utilização exclusiva do critério de juros compostos, incidindo os juros exclusivamente sobre o saldo devedor (montante) apurado em período imediatamente anterior.

Para cada sistema de amortização é construída uma planilha financeira, a qual relaciona, dentro de certa padronização, os diversos fluxos de pagamentos e recebimentos.

DEFINIÇÕES BÁSICAS

Os sistemas de amortização de empréstimos e financiamentos tratam, basicamente, da forma pela qual o principal e os encargos financeiros são restituídos ao credor do capital.

Antes do estudo de dois dos sistemas, é importante que sejam definidos os principais termos empregados nas operações de empréstimos e financiamentos.

- Encargos (Despesas) Financeiros – Representam os juros da operação, caracterizando-se como custo para o devedor e retorno para o credor.

Os encargos financeiros podem ser prefixados ou pós-fixados. O que distingue essas duas modalidades é a correção (indexação) da dívida em função de uma expectativa (prefixação) ou verificação posterior (pós-fixação) do comportamento de determinado indexador.

Em outras palavras, nas operações pós-fixadas, há um desmembramento dos encargos financeiros em juros e correção monetária (ou variação cambial, no caso da dívida ser expressa em moeda estrangeira) que vier a se verificar no futuro; e nas prefixadas estipula-se uma taxa única, a qual incorpora evidentemente uma expectativa inflacionária, para todo o horizonte de tempo.

Assim, para uma operação pós-fixada, a taxa de juros contratada é a taxa definida como real, isto é, aquela situada acima do índice de inflação verificado no período.

Além do encargo real da taxa de juros, as operações pós-fixadas prevêm também a correção monetária (ou variação cambial) do saldo devedor da dívida, o que representa normalmente a recuperação da perda de poder aquisitivo (desvalorização perante a inflação) da parte do capital emprestado e ainda não restituído.

Nas operações prefixadas, os encargos financeiros são medidos através de uma única taxa, a qual engloba os juros exigidos pelo emprestador e a expectativa inflacionária (correção monetária) para o período de vigência.

- **Amortização** – A amortização refere-se exclusivamente ao pagamento do principal (capital emprestado), o qual é efetuado, geralmente, através de parcelas periódicas (mensais, trimestrais, etc.). Alguns poucos tipos de empréstimos permitem que o capital emprestado seja amortizado através de um único pagamento ao final do período. Essa situação é descrita no denominado Sistema de Amortização Americano.

- **Saldo Devedor** – Representa o valor principal da dívida, em determinado momento após a dedução do valor já pago ao credor a título de amortização.

- **Prestação** - É composto do valor da amortização mais os encargos financeiros devidos em determinado período de tempo. Assim:

$$\text{Prestação} = \text{Amortização} + \text{Encargos Financeiros}.$$

- **Carência** - Muitas operações de empréstimos e financiamento prevêm um diferimento na data convencional do início dos pagamentos. Por exemplo, ao se tomar um empréstimo por 4 anos, a ser restituído em prestações trimestrais, o primeiro pagamento ocorrerá normalmente três meses (um trimestre) após a liberação dos recursos. Pode, no entanto, ocorrer um diferimento (carência) no pagamento da primeira prestação, iniciando-se, por exemplo, 9 meses após o recebimento do capital emprestado. Neste caso, diz-se que a carência corresponde a dois trimestres, ou seja, ela equivale ao prazo verificado entre a data convencional de início de pagamento (final do primeiro trimestre) e a do final do 9º mês.

É importante acrescentar, ainda, que a carência significa a postergação só do principal, não sendo incluídos necessariamente os juros. Os encargos financeiros podem, dependendo das condições contratuais estabelecidas, serem pagos ou não durante a carência*. É mais comum o pagamento dos juros durante o período. Na hipótese de se decidir pelo diferimento, os juros são capitalizados e pagos junto com a primeira parcela de amortização do principal ou distribuídos para as várias datas pactuadas de pagamento.

* carência = há pagamento dos juros durante o período.

diferimento = não ocorre nenhum pagamento no período

SAC (SISTEMA DE AMORTIZAÇÕES CONSTANTES)

O Sistema de Amortização Constante (SAC), como o próprio nome indica, tem como característica básica serem as amortizações do principal sempre iguais (ou constantes) em todo o prazo da operação. O valor da amortização é facilmente obtido através da divisão do capital emprestado pelo número de prestações.

Os juros, por incidirem sobre o saldo devedor, cujo montante decresce após o pagamento de cada amortização, assumem valores decrescentes nos períodos.

Em consequência do comportamento da amortização e dos juros, as prestações periódicas e sucessivas do SAC são decrescentes em progressão aritmética.

Exemplo:

Empréstimo de \$ 100.000,00, para ser pago em 5 anos, em 10 prestações semestrais com taxa de 30% ao ano.

Solução:

a) Planilha geral

Períodos (Semestres)	Saldo Devedor (\$)	Amortização (\$)	Juros (\$)	Prestação (\$)
0	100.000,00	-	-	-
1	90.000,00	10.000,00	14.017,50	24.017,50
2	80.000,00	10.000,00	12.615,80	22.615,80
3	70.000,00	10.000,00	11.214,00	21.214,00
4	60.000,00	10.000,00	9.812,30	19.812,30
5	50.000,00	10.000,00	8.410,50	18.410,50
6	40.000,00	10.000,00	7.008,80	17.008,80
7	30.000,00	10.000,00	5.607,00	15.607,00
8	20.000,00	10.000,00	4.205,30	14.205,30
9	10.000,00	10.000,00	2.803,50	12.803,50
10	-	10.000,00	1.401,80	11.401,80
Total	-	100.000,00	77.096,50	177.096,50

b) Amortização (AMORT)

Conforme foi comentado, o SAC determina que a restituição principal (capital emprestado) seja efetuada em parcelas iguais. Assim, o valor de cada amortização devida semestralmente é calculado pela simples divisão entre o principal (\$ 100.000,00) e o número fixado de prestações (10 semestres), ou seja:

$$\text{Amortização} = \frac{\text{Valor do Empréstimo}}{\text{Nº prestações}} = \frac{\$ 100.000,00}{10} = 10.000,00/\text{semestre}$$

Os pagamentos desses valores determinam, como é natural, decréscimos iguais e constantes no saldo devedor em cada um dos períodos, ocasionando ainda reduções nos valores semestrais dos juros e das prestações.

c) Juros (J)

· taxa equivalente: 14,0175% a.s

Os juros, por incidirem sobre o saldo devedor imediatamente anterior, apresentam valores aritmeticamente decrescentes. Para o final do primeiro semestre, os encargos financeiros somam: $14,0175\% \times 100.000,00 = \$ 14.017,50$; para o final do segundo semestre: $14,0175\% \times 90.000,00 = \$ 12.615,80$; para o final do terceiro semestre: $14,0175\% \times 80.000,00 = \$ 11.214,00$; e assim por diante.

d) Prestação (PMT)

Somando-se, para cada período, o valor da amortização do principal com os respectivos encargos financeiros, tem-se o valor da prestação semestral do financiamento. Assim, para o primeiro semestre a prestação atinge: $\$ 10.000,00 + \$ 14.017,50 = \$ 24.017,00$; para o segundo semestre: $\$ 10.000,00 + \$ 12.615,80 = \$ 22.615,80$; e assim por diante.

Pode ser observado, uma vez, que a diminuição de \$ 1.401,70 no valor dos juros em cada período é explicado pelo fato de as amortizações (fixas) reduzirem o saldo devedor da dívida (base de cálculo dos juros) semestralmente em \$ 10.000,00. Esta diminuição provoca, em consequência, uma redução nos juros equivalente: $14,017\% \times 10.000,00 = \$ 1.401,70$.

e) Expressões de Cálculo do SAC

- Saldo Devedor (SD): é decrescente em PA (progressão aritmética) pelo valor constante da amortização. Logo, a redução periódica do SD é: PV/n .

- Juros (J): pela redução constante do saldo devedor, os juros diminuem linearmente ao longo do tempo, comportando-se como uma PA decrescente. O valor periódico da redução é: $(P/n) \times i$ a taxa de juros.

$$j_t = \frac{PV}{n} \cdot (n-t+1) \cdot i$$

Exemplo: calcular juros para o período $t = 5$

$$j_5 = \frac{100.000}{10} \cdot (10-5+1) \cdot 0,140175 = \$ 8.410,50$$

- Prestação (PMT): é a soma da amortização com o juros, isto é:
 $PMT = \text{amort} + J$

Exemplo: calcular o valor da prestação no 6º semestre:

$$PMT_6 = \frac{100.000}{10} \cdot [1 + (10-6+1)0,140175] = \$ 17.008,80$$

TABELA PRICE (COM HP 12C)**Solução**

1. Registre os dados

f Fin 85300 CHS PV 4i 10 n
PMT 10.516,72

2. Em seqüência, proceda assim:

0 n 1 f AMORT 3.412,00 (valor do juros incluídos na 1ª prestação)
x D? y 7.104,72 (valor da amortização)
RCL PV 78.195,28 (saldo devedor, após 1ª prestação)
RCL n 1 (indica a 1ª prestação)

3. Para os valores da 2ª prestação:

1 f AMORT 3.127,81 (juros)
x D? y?? 7.388,91 (amortização)
RCL PV 70.806,37 (saldo devedor)
RCL n 2 (2ª prestação)

4. Por grupo de prestações, por exemplo os valores acumulados até a 6ª prestação

0 n 85300 CHS PV (para recuperar dado inicial)
6 f AMORT 15.974,88 (soma dos juros das 6 prestações)
xD y 47.125,44 (soma das amortizações)
RCL PV 38.174,56 (saldo devedor após pagamento da 6ª prestação)
RCL n 6 (indica 6ª prestação)

ANEXO II

TEXTOS E DICAS

ADMINISTRAÇÃO & MARKETING

O perfil do vendedor dos tempos modernos

Com diploma universitário, habilidade em informática, conhecimento de marketing e até inglês fluente, um novo profissional começa a disputar o mercado

Ser e lábia. Assim podia ser definido o trabalho do profissional de vendas das instituições. O trader de produtos, com seu grande grau, antigo business cliente e grande capacidade de negociação, está sendo substituído por jovens egressos das faculdades de primeira linha, como Fundação Getúlio Vargas (FGV), Universidade de São Paulo (USP) e Escola Superior de Propaganda e Marketing (ESPM), que falam inglês fluente e têm grande capacidade de negociação.

Profissionais que tornam o azar para a área de vendas e não acabam, porém, em troca pela glória do marketing, estão sendo substituídos pelo novo perfil que a carreira ganhou depois da reestruturação do varejo. Trabalho profissionalizado do varejo. Trabalho em uma multinacional da área de consumo, sob um dos novos modelos de gestão, com uma equipe de vendas treinada pela sigla que normatiza os negócios do grande varejo — ECR (Efficient Consumer Response) —, é a venda para milhões jovens com boa formação universitária.

O engenheiro químico Edison Franco Monzoni, formado há um ano pela Universidade de Campinas (Unicamp) é um exemplo típico de novo vendedor. Quan-

do um líder: "Falar tentando vender qualquer produto é essencial para o profissional de vendas. É uma habilidade que se desenvolve com o tempo", avalia.

Mas não basta ter um diploma reconhecido. Para agregar valor à sua linha de frente, as empresas procuram pessoas pro-ativas, multilingues, com habilidade de planejamento, boa visão de negócio e conhecimento das necessidades do cliente. Muitas coisas? Quem não entende de informática e o universo de marketing também pode se considerar fora do negócio.

Além do início do processo de fusões e aquisições no setor supermercadista e a concentração do varejo nas mãos de "players" globais, o relacionamento entre fornecedor e varejista normalmente está limitado a apenas duas palavras: "vendedor e comprador". Hoje, a relação se estende à área e aos responsáveis por marketing, finanças, logística e informática. "Não tinha sentido que a relação entre duas grandes empresas se resumisse apenas ao nível de duas técnicas passivas", diz Ricardo Farah, professor de Propaganda e Marketing.

Pelo novo conceito, há um responsável por supermercado, uma terceira se ocupa da venda de produtos e a quarta gerencia toda a conta de um cliente. A figura mais conhecida é a de quem trabalha com "trade marketing" — o profissional que faz a interface entre indústria e comércio por canal de distribuição (hipermercado, por exemplo). O gerente de categoria cuida da performance de um segmento de produtos, como subseções.

No topo da pirâmide, está o "key account manager" — o gerente



Cartoon de Anderson, de São Paulo

A mudança de hábitos também está cedendo lugar à integração entre dois segmentos: o do ser humano e o do "vendedor" que produz resultados. "Antes as carreiras de marketing e vendas eram separadas e só se uniam no topo da pirâmide", conta Guilherme Veloso, da PNC Anonny. "Hoje, começam a se misturar muito mais cedo."

Per estar mais perto do cliente, a equipe de vendas tem informações precisas para o marketing. Na Philip Morris, a área comercial e de marketing estão juntas. "Não adianta ter estratégia de marketing sem obter o que acontece em vendas", diz a diretora de RH, Ana Maria Cavalcanti.

Companhias maiores já caminham no mesmo sentido. A Kenilab — que produz embalagens para alimentos — unificou os setores comercial e de marketing há seis meses. "Os resultados foram muito positivos", diz a diretora de RH, Ana Maria Cavalcanti.

Profissionais que tornam o varejo para vendas, agora disputam as vagas

Há cinco anos, 80% da força de vendas das empresas era composta por pessoas com segundo grau. Na Kenilab, apenas 22% tem segundo grau. O percentual é similar na Boodella, empresa franco-chilena de vinhos congelados e em conserva. Segundo o diretor de vendas, José Luis De-assis, 20% dos que trabalham na área estudam até o colegial.

"A qualificação do vendedor depende do cliente", diz o diretor comercial do Passano Spil, maior distribuidor da Coca-Cola, Luiz Fernando Sueda. O chefe da mercadoria e do bar não tem vocação elaborada de dados e gosta de ser tratado como um amigo pelo fornecedor. *

mas está baseada no período em que se passa no campo", conta o "key account manager" da Philip Morris, Douglas Ramos de Oliveira. Aos 27 anos, formado em administração no Mackenzie e economista na USP, com pós-graduação na ESPM, é mais um típico vendedor dos novos tempos.

O relacionamento continua sendo importante, mas deve ser calculado em resultados. "Não adianta ser bom de papo e não mostrar resultados", reforça o professor Farah.

O principal negócio agora é conseguir todas as ações no pouco de venda. Vender bem não é o suficiente. Vender bem e saber o que o cliente precisa é o que vale mais. Uma propaganda cara, segundo pesquisa da Associação Brasileira de Anunciantes (ABA), a decisão de comprar no ponto de venda é a mais alta do mundo no Brasil e ultrapassa 90% em certas categorias.

Jogo de cintura

Quando o cliente fala sobre a sua empresa, o vendedor deve ser capaz de negociar. Principalmente quando o produto que a oferecer ganha vantagem competitiva da noite para o dia e fica 60% mais barato.

Que a nova política cambial favoreça as exportações, não há dúvida. A nova pegada feita pelo mercado é ao os profissionais que estão por trás dessa mudança — que tomam-se estratégia para muitas empresas — estão preparados para mostrar as vendas externas brasileiras.

Na opinião do headhunter Dêcio Crespi, da Heidrick & Struggles, o profissional, sobretudo o executivo, voltado para o mercado internacional, ganha muita importância nesse cenário. Mas para se destacar, precisa ser muito habilidoso. "Ao mesmo tempo que a moeda pública favorece, fica mais difícil segurar a força, já que o mercado internacional cresce em menores proporções e a moeda valorizada dificulta as relações comerciais externas", afirma. "Há muitas empresas com capacidade técnica e pouca mobilidade nas exportações", diz o diretor da Stet Trading, Roberto Gaspari da Fonseca. "Isso precisa melhorar a área de exportação com novos profissionais", completa.

Para Crespi, esses profissionais não terão que explorar novos mercados, principalmente quando exportarem apenas para a Argentina. "O marketing do Brasil lá fora será fundamental agora", diz Crespi. *

(D.D.)

DINHEIRO & DINHEIRO**180 reais por 35 anos a 0,5% ao mês**

Nem sempre as pessoas fazem bobagens com o dinheiro por não entender de finanças. Às vezes elas não sabem é matemática

por Luis Eduardo Assis

Tudo bem que você não entenda nada de finanças. Mas saber um pouquinho de matemática pode ajudar a evitar muitos problemas de relacionamento com o dinheiro. Começemos pelo mais comum, a falta dele. Suponha que você não tenha dinheiro mas tenha crédito e queira comprar uma televisão bacana. O preço à vista é 828 reais. Você não tem esse dinheiro no ato. Não se preocupe, ela pode ir para a sua casa por apenas 24 prestações de 60 reais. O cartaz da loja, atendendo a uma exigência legal que só poderia existir no Brasil, atropela uma norma essencial da matemática financeira e soma todas as prestações para informar que o total a prazo é 1 440 reais (24 X 60 reais). Você saca sua calculadora e divide o preço a prazo pelo preço à vista para saber os juros embutidos : 1440 reais dividido por 828 reais resulta em 1,74, ou 74%. Para saber os juros anuais, você divide 74% por 2, porque, afinal de contas, são dois anos de prestação. O resultado indica juros anuais de 37%, pouco mais de 3% ao mês, o que não é tão ruim assim, certo?

Errado, tudo errado. Esse é o tipo de conta que não se deve tentar fazer sem a ajuda de uma calculadora financeira (não peça ao vendedor, ele nunca tem para emprestar). Se você tiver uma, gaste algum tempo entendendo como usar aquelas teclas que têm letras (N, PV, FV, PMT, coisas assim). Você verá que os juros anuais desse exemplo chegam a 90% ao ano, muito mais do que você pensava. Se você não tiver nem tempo nem a calculadora, simplesmente desista: é impossível calcular juros compostos de cabeça. Nesse caso, resta escolher: economizar e pagar à vista ou simplesmente pagar juros que você desconhece.

Ter dinheiro na mão também pode induzir a conclusões erradas se a decisão a ser tomada não respeitar alguns parâmetros de comparação. O efeito acumulado dos juros compostos pode muitas vezes levar a ilusões de ótica. Todos reclamam ao pagar juros sobre juros quando tomam um empréstimo, mas o fato é que todas as aplicações financeiras também remuneram o investidor sobre a base que inclui os próprios rendimentos acumulados. Ao longo do tempo, as diferenças podem ser muito significativas. Imaginemos que alguém previdente, supondo que precisará de recursos para viver na aposentadoria, poupe o equivalente a 180 reais, um salário mínimo real, por 35 anos. Se a rentabilidade líquida for de 0,5% ao mês, o total acumulado no final do período será de 256,4 mil reais. Digamos que esse aposentado converta esse capital em um fluxo de pagamentos mensais, também remunerados a 0,5% ao mês, durante 15 anos. Uma calculadora financeira dirá que isso lhe garantirá uma renda mensal bruta da ordem de 2 164 reais, o que não é exatamente uma fortuna. Esses números podem mudar radicalmente se a taxa de remuneração subir de 0,5% para, por exemplo, 1% ao mês, meio ponto a mais. Nesse caso, poupando o mesmo valor mensal, o total acumulado alcançará 1.157.573 reais, que, convertidos em um fluxo mensal, proporcionarão uma renda mensal de 13 892,82 reais, mais de seis vezes o provento sugerido no primeiro exemplo. Os arredondamentos podem alterar ligeiramente esses resultados. Milagres da multiplicação.

Já se disse que dinheiro não agüenta desaforo. A matemática também é muito vingativa. Tratá-la adequadamente só vai fazer bem ao seu bolso. Na dúvida, faça contas.

*Luis Eduardo Assis, ex-diretor de política monetária do Banco Central, é diretor-superintendente do HSBC Investment Bank Brasil (lassis@hsbc.com.br)

Fonte: Revista Meu Dinheiro – fevereiro de 2002.

DICAS FINANCEIRAS

1. Procure avaliar a real necessidade de ter um automóvel sofisticado. Alguns profissionais têm necessidade de ser aceitos em seu meio e fazem do veículo um passaporte para isso. Mas tenha consciência dos custos e dos benefícios de tudo isso.

2. Chave para o sucesso?

- forte ética e dedicação ao trabalho
- disciplina
- senso de responsabilidade
- habilidades de relacionamento em grupos

3. Em aplicações na Bolsa, evite fazer carteiras muito diferentes do Ibovespa. Não é fácil navegar contra a correnteza.

4. Porque muitos perdem dinheiro na Bolsa?

- apostam em duas ou três ações apenas
- colocam todos os ovos em poucas cestas e erram.
- não tem visão de longo prazo, entram e saem com muita rapidez.

5. Procure criar um “colchão de liquidez”, algo como deixar aplicado, em renda fixa, o correspondente a seis meses de suas despesas.

6. Se você ainda não tem essa reserva, concentre-se nisso. Trabalhe mais, gaste menos, poupe e atinja o quanto antes essa meta.

7. Fique atento a sua idade:

- jovens devem buscar elevada rentabilidade em seus investimentos, portanto devem se arriscar mais.
- Pessoas maduras não podem correr riscos e devem alocar a maior parte de seu patrimônio em bens líquidos abrindo mão de rentabilidades maiores (“Se eu soubesse que iria viver tantos anos, teria cuidado mais de mim” Eubie Blak)

8. Cuidado”

O crédito é um dos melhores instrumentos para o desenvolvimento social de um país. Mas as atuais taxas de juros oferecidas a nós consumidores têm um efeito contrário, levando muitas famílias ao desespero.

9. Para atingir a independência financeira?

- Ganhe mais dinheiro
- Poupe
- Evite ter dívidas
- Invista corretamente
- Tenha sua casa própria
- Faça seguro de vida e seguro saúde
- Permita-se “comer algumas cenouras” ao longo da caminhada
- Busque adquirir educação financeira
- Precisando contrate a ajuda de um “Personal Advisor”
- Entenda: o dinheiro é apenas um meio, não o fim por si mesmo.
- Seja feliz. Não desista nunca desse objetivo.

Fonte:

- Juan Enriquez – “O Futuro e Você” – Negócio Editora
- Guia Valor Econômico – Ed. Globo
- Louis Frankenberg. “Viva Melhor sem Dividas” – Ed. Campos
- Mauro Halfeld, “Investimentos”, Ed. Fundamento
- Robert T. Kiyosaki – “Independência Financeira” Ed. Campus

Por que os juros são tão altos no Brasil?

Dez entre dez brasileiros reclamam dos juros cobrados dos tomadores de crédito pelos bancos e pelas financeiras. Até quem não precisa de dinheiro vive vociferando contra os juros e praguejando contra os banqueiros. Afinal, por que os juros do cheque especial, do cartão de crédito e dos empréstimos bancários são tão altos no Brasil? Por que alguns bancos chegam a cobrar quase 500% ao ano de quem fica no vermelho no cheque especial enquanto a inflação não deve passar de 7% em 2001?

É difícil explicar. Alguns economistas até tentam, mas raramente conseguem traduzir o que pensam numa linguagem compreensível aos mortais. E muitos políticos e empresários, que posam de Robin Hood na luta contra o chamado sistema financeiro internacional, ganham aplausos da arquibancada, mas raramente apresentam argumentos tecnicamente aceitáveis. Em nome do combate à usura fala-se muita bobagem.

Descontados todos os demais fatores que influenciam o comportamento dos juros no Brasil e toda a conotação ideológica que o tema costuma despertar, os números mostram que as taxas de juro são tão altas, em boa medida, porque os ganhos dos bancos com os empréstimos são grandes.

De acordo com dados do Banco Central e da Anefac, entidade que reúne os executivos financeiros do país, a taxa média cobrada pelos bancos de quem usa o cheque especial, de 210% ao ano, é 13 vezes maior do que o rendimento que eles pagam aos aplicadores, de 16,3% ao ano, em média. Nos cartões, a taxa média cobrada no crédito rotativo pelas administradoras chega a ser 14 vezes maior do que a taxa paga aos investidores. Nos Estados Unidos, os juros dos cartões alcançam cerca de 20% ao ano, o equivalente a oito vezes mais do que os bancos pagam a quem aplica na renda fixa, hoje na faixa de 2,5% ao ano, e a metade do que cobram em algumas modalidades de crédito no Brasil.

É dessa diferença entre a taxa paga aos investidores e a que é cobrada dos tomadores, conhecida pelo nome técnico de spread, que os bancos tiram seu lucro. E, segundo a pesquisa do BC, os bancos brasileiros têm um ganho médio de 36,5% do spread total das operações de empréstimos. “Os bancos ganham muito dinheiro com o crédito no Brasil”, afirma o diretor de política monetária do BC, Luiz Fernando Figueiredo, envolvido numa espécie de cruzada para baixar os juros no país.

“O spread é alto porque os impostos são pesados e o risco de não receber o dinheiro de volta é considerável”, diz Leonel Andrade, diretor comercial da Losango, uma das maiores empresas de crédito ao consumidor do país. Cerca de 30% do spread é repassado para o governo na forma de impostos e de contribuições para o Fundo Garantidor de Crédito, FGC, criado para garantir a devolução do dinheiro da clientela quando um banco vai à falência. As despesas administrativas, como a manutenção das agências e centrais de atendimento por telefone, respondem por outros 19% do spread.

E cerca de 14% servem para cobrir o risco de inadimplência, que é a possibilidade de o devedor não honrar o pagamento do dinheiro emprestado. “No Brasil, sempre se disse que os juros iam baixar quando a economia se estabilizasse”, diz Figueiredo. “Infelizmente, não foi isso o que ocorreu.”

Ele destaca, entre as medidas tomadas pelo BC nos últimos tempos para tentar baixar os juros, a redução de 20% para 10% do recolhimento compulsório que os bancos precisam fazer ao Banco Central sobre o saldo dos depósitos a prazo realizados pelo público. De acordo com o BC, o spread das taxas para pessoas físicas caiu de 103,22% ao ano em fevereiro de 1999 para 56,75% anuais em setembro deste ano. Outra medida adotada com o mesmo objetivo, em 1999, foi a obrigatoriedade de os bancos passarem suas taxas de empréstimos para o BC. Isso aumenta a transparência do sistema e permite à clientela fazer comparações que antes eram quase impossíveis de ser feitas.

A seleção inadequada dos clientes na hora de os bancos emprestarem dinheiro também exerce um efeito nocivo nos juros no país. Por isso, o nível de inadimplência é alto e os bons pagadores acabam pagando mais caro para compensar as perdas que os bancos têm com os maus pagadores. “Como a rede para troca de dados ainda é pequena, não sabemos o comportamento dos clientes com as outras financeiras”, diz Leonel. “Por isso, acabamos embutindo na taxa um risco maior.”

Tem mais. Segundo Miguel de Oliveira, da Anefac, o baixo volume de crédito concedido no Brasil, em comparação com os países desenvolvidos, faz com que os custos por operação sejam muito maiores aqui do que lá fora. Oliveira diz que, no Brasil, é muito mais interessante emprestar dinheiro ao setor público, cuja dívida soma hoje cerca de 700 bilhões de reais, do que aos pequenos tomadores espalhados pelo país afora. “Como emprestar para o governo não implica nenhum risco e nenhum custo de administração, os bancos têm pouco interesse em financiar as pessoas físicas”, diz ele.

Fonte: Revista Meu Dinheiro – Novembro de 2001.

O CALVÁRIO DO CANHOTO

Pré-datados, débitos automáticos, CPMF – controlar o saldo é enfadonho, mas não há outro jeito
por Louis Frankenberg

Numa enquete recente, MEU DINHEIRO ONLINE perguntou como os internautas controlam o canhoto do talão de cheques. Mais de 60% não têm o hábito de, a cada cheque emitido, fazer a conta imediatamente para saber o novo saldo. Essa é, de fato, uma tarefa enfadonha, mas existem ótimas razões para criar coragem e, de hoje em diante, fazer essa checagem. Pode parecer curioso um consultor financeiro aconselhar a realizar algo aparentemente tão óbvio, mas estou convencido de que as finanças de muita gente escorregam nessa tarefa prosaica. O extrato enviado pelo banco ou retirado no caixa eletrônico somente mostra o que já foi descontado, desconsiderando os cheques ainda não apresentados à cobrança. Não estão, ali, portanto, os pré-datados. Como o emitente de um pré-datado raciocina que seu cheque só vai cair dali a um ou mais meses, quando houver uma nova entrada de receita na conta bancária, é provável que eles não estejam sendo considerados para efeito de saldo imediato.

Acontece que nada garante que seu cheque será descontado na data combinada. E se não for, você tem saldo para cobri-lo? Imagine agora que você faça quatro compras mensais, emitindo três pré-datados de cada vez. São 12 cheques em apenas um mês. Se repetir a operação, ao fim de dois meses serão mais de 20 cheques para saldar pequenos débitos. Cada talão possui 20 cheques. Ao longo de cinco, seis meses, quantos canhotos você terá que carregar?

Some isso com o cartão de crédito. Você anota toda compra para saber depois de quanto saldo terá que dispor para pagar a fatura? E nem vou falar aqui do débito automático da conta de luz, gás...Ah, tem também a CPMF, as tarifas bancárias (que incluem a própria emissão do extrato), sem falar em juros e IOF debitados por entrar no cheque especial (muitas vezes por causa dessa confusão toda). Como você vê, não falta motivo para transformar suas contas num caos. Sem controlar o canhoto de cada cheque e verificar religiosamente o que sai impresso no seu extrato, é impossível detectar algum débito que não deveria estar ali.

Fonte: Revista Meu Dinheiro – abril de 2002.

Quem controla o canhoto do talão de cheques?

43% anotam apenas o valor do cheque e para quem foi passado

32% controlam folha por folha. Assim que assinam um cheque, anotam o valor e o novo saldo

14% nem sempre anotam tudo, e só fazem contas quando acham que vão entrar no limite do cheque especial

6% têm outro método

5% não anotam nada, é tudo uma bagunça

“MEU RICO DINHEIRINHO!”

1. “Ficar rico não é um objetivo de vida, mas é um meio de viver bem”.

Henry Ward Beecher

2. “Um centavo poupado é igual a um centavo ganho”

Benjamin Franklin

3. “Meu filho compre logo sua casa! Esse é o único investimento seguro!”

Conselho popular

4. “O homem que nunca erra nada faz”

Bernard Shaw

5. “Seja seu próprio patrão”

Conselho popular

6. “A palavra risco deriva do italiano *risicare* que significa ousar. Risco é uma escolha e não um destino”

Peter Bernstein

7. “A sociedade produziu uma revolução na medicina que aumentou a vida do homem, mas ela não foi capaz de criar uma revolução financeira que a sustentasse com dignidade”

John F. Kennedy

8. “Os juros compostos são a mais poderosa invenção humana”

Albert Einstein

9. “Quem não faz dívidas não progride”

Conselho popular

10. “Eu fico rico e eu fui pobre. Acredite em mim: ser rico é melhor.

Debby Marsh

Nunca esqueça que existem quatro cousas na vida que não se recuperam:

A PEDRA - depois de atirada

A PALAVRA - depois de proferida

A OCASIÃO - depois de perdida

O TEMPO - depois de passado

provérbio chinês

BIBLIOGRAFIA

1. ASSAF NETO, Alexandre. **Matemática Financeira e suas aplicações**. São Paulo: Atlas, 1998
2. BAUER, Udibert Reinoldo. **Matemática financeira fundamental**. São Paulo: Atlas, 2003
3. HAZZAN, Samuel; POMPEU, José Nicolau. **Matemática financeira**. 5ª ed. São Paulo: Saraiva, 2001
4. HIRSCHFELD, Henrique. **Engenharia econômica e análise de custos**. 7ª ed. São Paulo: Atlas, 2000
5. LAPPONI, Juan Carlos. **Avaliação de projetos de investimento: modelos em Excel**. São Paulo: Lapponi, 1996
6. LAPPONI, Juan Carlos. **Matemática financeira: usando Excel 5 e 7**. São Paulo: Lapponi, 1996
7. MERCHEDÉ, Alberto. **Matemática financeira para concursos**. São Paulo: Atlas, 2003
8. POLO, Edison Fernandes. **Engenharia das operações financeiras**. São Paulo: Atlas, 1996
9. PUCCINI, Abelardo de Lima. **Matemática financeira: objetiva e aplicada**. 6ª ed. São Paulo: Saraiva, 1999
10. RANGEL, Armênio de Souza et. al. **Matemática dos mercados financeiros**. São Paulo: Atlas, 2003
11. SAMANEZ, Carlos Patrício. **Matemática financeira**. 2ª ed. São Paulo: Makron, 2002
12. SILVA NETO, Lauro de Araújo. **Guia de investimentos**. São Paulo: Atlas, 2003
13. SUPORTE CONSULTORIA E TREINAMENTO. **Soluções Financeiras com HP 12C**. São Paulo: Suporte, 1983
14. VIEIRA SOBRINHO, José Dutra. **Matemática financeira**, 6ª ed. São Paulo: Atlas 1997

SITES:

1. www.fe.unl.pt/~jna/Caderno1.htm
2. www.clinicadematematica.com.br
3. www.unoescjba.rct-sc.br/~admin/tecem
4. www.iem.efpe.br/edson
5. www.correioweb.com.br
6. www.vemconursos.com.br
7. www.hp.com
8. www.hpmuseum.or
9. www.ime.usp.br/caem
10. www.matematica.com.br
11. www.sercomtel.com.br/matematica
12. www.vitrine.com.br/dinheiro
13. www.andima.com.br
14. www.uol.com.br/economia
15. www.griffo.com.br
16. www.capes.gov.br
17. www.universiabrasil.net/busca_teses.usp
18. www.teses.usp.br

Caderno de Matemática Financeira (Anotações de Aula), do Instituto Municipal de Ensino Superior de São Caetano do Sul - Organização/Revisão Técnica: Suporte – Consultoria e Treinamento

Rua Edson, 1280 – Campo Belo – 04618-035 SP-SP – tel (11) 5044-4774 – e-mail: suporte@suporteconsult.com.br

Editor responsável: Nivaldo Cândido de Oliveira Jr - **Produção:** MHP - Comunicação Visual - Rua Raul Telles

Rudge, 202 - Te./Fax: (11) 3773.6714 - e-mail: mhpc@terra.com.br - **Direção:** Rosa Tancredo - **Projeto gráfico/**

Diagramação: Thiago Souto Pereira e Bruno Tancredo.

Matemática Financeira

Anotações de Aula

Prof. Nivaldo Cândido de Oliveira Jr.

edição/2008